

This Page Is Inserted by IFW Operations
and is not a part of the Official Record

BEST AVAILABLE IMAGES

Defective images within this document are accurate representations of the original documents submitted by the applicant.

Defects in the images may include (but are not limited to):

- BLACK BORDERS
- TEXT CUT OFF AT TOP, BOTTOM OR SIDES
- FADED TEXT
- ILLEGIBLE TEXT
- SKEWED/SLANTED IMAGES
- COLORED PHOTOS
- BLACK OR VERY BLACK AND WHITE DARK PHOTOS
- GRAY SCALE DOCUMENTS

IMAGES ARE BEST AVAILABLE COPY.

**As rescanning documents *will not* correct images,
please do not report the images to the
Image Problem Mailbox.**

国際調査報告

(法 8 条、法施行規則第40、41条)
〔PCT 18条、PCT規則43、44〕

出願人又は代理人 の書類記号 S01P1270W000	今後の手続きについては、国際調査報告の送付通知様式(PCT/ISA/220) 及び下記 5 を参照すること。	
国際出願番号 PCT/JPO1/07248	国際出願日 (日.月.年) 24.08.01	優先日 (日.月.年) 25.08.00
出願人 (氏名又は名称) ソニー株式会社		

国際調査機関が作成したこの国際調査報告を法施行規則第41条 (PCT 18条) の規定に従い出願人に送付する。
この写しは国際事務局にも送付される。

この国際調査報告は、全部で 3 ページである。

☐ この調査報告に引用された先行技術文献の写しも添付されている。

1. 国際調査報告の基礎

a. 言語は、下記に示す場合を除くほか、この国際出願がされたものに基づき国際調査を行った。

☐ この国際調査機関に提出された国際出願の翻訳文に基づき国際調査を行った。

b. この国際出願は、ヌクレオチド又はアミノ酸配列を含んでおり、次の配列表に基づき国際調査を行った。

☐ この国際出願に含まれる書面による配列表

☐ この国際出願と共に提出されたフレキシブルディスクによる配列表

☐ 出願後に、この国際調査機関に提出された書面による配列表

☐ 出願後に、この国際調査機関に提出されたフレキシブルディスクによる配列表

☐ 出願後に提出した書面による配列表が出願時における国際出願の開示の範囲を超える事項を含まない旨の陳述書の提出があった。

☐ 書面による配列表に記載した配列とフレキシブルディスクによる配列表に記録した配列が同一である旨の陳述書の提出があった。

2. ☐ 請求の範囲の一部の調査ができない (第 I 欄参照)。

3. ☐ 発明の単一性が欠如している (第 II 欄参照)。

4. 発明の名称は ☒ 出願人が提出したものを承認する。

☐ 次に示すように国際調査機関が作成した。

5. 要約は ☒ 出願人が提出したものを承認する。

☐ 第 III 欄に示されているように、法施行規則第47条 (PCT 規則38.2(b)) の規定により国際調査機関が作成した。出願人は、この国際調査報告の発送の日から 1 カ月以内にこの国際調査機関に意見を提出することができる。

6. 要約書とともに公表される図は、

第 1 図とする。 ☒ 出願人が示したとおりである。

☐ なし

☐ 出願人は図を示さなかった。

☐ 本図は発明の特徴を一層よく表している。

A. 発明の属する分野の分類 (国際特許分類 (IPC))

Int. Cl⁷ H01L49/00

B. 調査を行った分野

調査を行った最小限資料 (国際特許分類 (IPC))

Int. Cl⁷ H01L49/00

最小限資料以外の資料で調査を行った分野に含まれるもの

日本国実用新案公報	1922-1996年
日本国公開実用新案公報	1971-2001年
日本国登録実用新案公報	1994-2001年
日本国実用新案登録公報	1996-2001年

国際調査で使用した電子データベース (データベースの名称、調査に使用した用語)

JOIS (JICST科学技術文献ファイル)
ELSEVIER (fractal, quantum)

C. 関連すると認められる文献

引用文献の カテゴリー*	引用文献名 及び一部の箇所が関連するときは、その関連する箇所の表示	関連する 請求の範囲の番号
A	JP 11-195801 A (キャノン株式会社) 21. 7月. 1999 (21. 07. 99) 全文, 図1-8 (ファミリーなし)	1-19
P, X	JP 2001-118379 A (ソニー株式会社) 27. 4月. 2001 (27. 04. 01) 全文, 図1-28 (ファミリーなし)	1-19
A	H. Isshiki, K. Tanaka, and T. Kimura. "Conduction subband formation in (GaAs) _m (GaP) _n FRACTAL structured atomic-	1-19

☒ C欄の続きにも文献が列挙されている。☐ パテントファミリーに関する別紙を参照。

* 引用文献のカテゴリー

「A」 特に関連のある文献ではなく、一般的技術水準を示すもの

「E」 国際出願日前の出願または特許であるが、国際出願日以後に公表されたもの

「L」 優先権主張に疑義を提起する文献又は他の文献の発行日若しくは他の特別な理由を確立するために引用する文献 (理由を付す)

「O」 口頭による開示、使用、展示等に言及する文献

「P」 国際出願日前で、かつ優先権の主張の基礎となる出願

の日の後に公表された文献

「T」 国際出願日又は優先日後に公表された文献であって出願と矛盾するものではなく、発明の原理又は理論の理解のために引用するもの

「X」 特に関連のある文献であって、当該文献のみで発明の新規性又は進歩性がないと考えられるもの

「Y」 特に関連のある文献であって、当該文献と他の1以上の文献との、当業者にとって自明である組合せによって進歩性がないと考えられるもの

「&」 同一パテントファミリー文献

国際調査を完了した日

05. 11. 01

国際調査報告の発送日

13.11.01

国際調査機関の名称及びあて先

日本国特許庁 (ISA/JP)

郵便番号100-8915

東京都千代田区霞が関三丁目4番3号

特許庁審査官 (権限のある職員)

相田 義明



4L

7925

電話番号 03-3581-1101 内線 6415

C (続き) . 関連すると認められる文献

引用文献の カテゴリー*	引用文献名 及び一部の箇所が関連するときは、その関連する箇所の表示	関連する 請求の範囲の番号
T	layer-superlattice grown by atomic layer epitaxy" Proc. of the 24th International Conference on The Physics of Semiconductors(1999), CD-ROM file No. 0948, World Scientific Publishing Co. Ryuichi Ugajin. "Composite nanomaterials based on fractal- shaped structures" Physics Letters A 227(2000), p.267-272	1-19

INTERNATIONAL SEARCH REPORT

Intern: application No.
PCT/JP01/07248A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER
Int.Cl.⁷ H01L49/00

According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC

B. FIELDS SEARCHED

Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)

Int.Cl.⁷ H01L49/00

Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched

Jitsuyo Shinan Koho	1922-1996	Toroku Jitsuyo Shinan Koho	1994-2001
Kokai Jitsuyo Shinan Koho	1971-2001	Jitsuyo Shinan Toroku Koho	1996-2001

Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practicable, search terms used)

JOIS (JICST FILE on Science and Technology)

ELSEVIER (fractal, quantum)

C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	JP 11-195801 A (Canon Inc.), 21 July, 1999 (21.07.99), Full text; Figs. 1 to 8 (Family: none)	1-19
P,X	JP 2001-118379 A (Sony Corporation), 27 April, 2001 (27.04.01), Full text; Figs. 1 to 28 (Family: none)	1-19
A	H. ISSHIKI, K. TANAKA, and T. KIMURA, "Conduction subband formation in (GaAs) _m (GaP) _n FRACTAL structured atomic-layer-superlattice grown by atomic layer epitaxy", Proc. of the 24th International Conference on The Physics of Semiconductors, (1999), CD-ROM file No.0948, World Scientific Publishing Co.	1-19
T	Ryuichi UGAJIN, "Composite nanomaterials based on fractal-shaped structures", Physics Letters A, 227, (2000), pages 267 to 272	1-19

☐ Further documents are listed in the continuation of Box C.☐ See patent family annex.


* Special categories of cited documents:	"T" later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention
"A" document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance	"X" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone
"E" earlier document but published on or after the international filing date	"Y" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art
"L" document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)	"&" document member of the same patent family
"O" document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means	
"P" document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed	

Date of the actual completion of the international search
05 November, 2001 (05.11.01)Date of mailing of the international search report
13 November, 2001 (13.11.01)Name and mailing address of the ISA/
Japanese Patent Office

Authorized officer

Facsimile No.

Telephone No.

A. 発明の属する分野の分類 (国際特許分類 (IPC))		
Int. Cl ⁷ H01L49/00		
B. 調査を行った分野		
調査を行った最小限資料 (国際特許分類 (IPC))		
Int. Cl ⁷ H01L49/00		
最小限資料以外の資料で調査を行った分野に含まれるもの		
日本国実用新案公報 1922-1996年 日本国公開実用新案公報 1971-2001年 日本国登録実用新案公報 1994-2001年 日本国実用新案登録公報 1996-2001年		
国際調査で使用した電子データベース (データベースの名称、調査に使用した用語)		
JOIS (JICST科学技術文献ファイル) ELSEVIER (fractal, quantum)		
C. 関連すると認められる文献		
引用文献の カテゴリー*	引用文献名 及び一部の箇所が関連するときは、その関連する箇所の表示	関連する 請求の範囲の番号
A	JP 11-195801 A (キャノン株式会社) 21. 7月. 1999 (21. 07. 99) 全文, 図1-8 (ファミリーなし)	1-19
P, X	JP 2001-118379 A (ソニー株式会社) 27. 4月. 2001 (27. 04. 01) 全文, 図1-28 (ファミリーなし)	1-19
A	H. Isshiki, K. Tanaka, and T. Kimura. "Conduction subband formation in (GaAs) _m (GaP) _n FRACTAL structured atomic-	1-19
<input checked="" type="checkbox"/> C欄の続きにも文献が列举されている。 <input type="checkbox"/> パテントファミリーに関する別紙を参照。		
* 引用文献のカテゴリー 「A」 特に関連のある文献ではなく、一般的技術水準を示すもの 「E」 国際出願日前の出願または特許であるが、国際出願日以後に公表されたもの 「L」 優先権主張に疑義を提起する文献又は他の文献の発行日若しくは他の特別な理由を確立するために引用する文献 (理由を付す) 「O」 口頭による開示、使用、展示等に言及する文献 「P」 国際出願日前で、かつ優先権の主張の基礎となる出願 の日の後に公表された文献 「T」 国際出願日又は優先日後に公表された文献であって出願と矛盾するものではなく、発明の原理又は理論の理解のために引用するもの 「X」 特に関連のある文献であって、当該文献のみで発明の新規性又は進歩性がないと考えられるもの 「Y」 特に関連のある文献であって、当該文献と他の1以上の文献との、当業者にとって自明である組合せによって進歩性がないと考えられるもの 「&」 同一パテントファミリー文献		
国際調査を完了した日	05. 11. 01	国際調査報告の発送日
国際調査機関の名称及びあて先 日本国特許庁 (ISA/JP) 郵便番号100-8915 東京都千代田区霞が関三丁目4番3号		特許庁審査官 (権限のある職員) 相田 義明  4L 7925 電話番号 03-3581-1101 内線 6415

C (続き). 関連すると認められる文献		
引用文献の カテゴリー*	引用文献名 及び一部の箇所が関連するときは、その関連する箇所の表示	関連する 請求の範囲の番号
T	layer-superlattice grown by atomic layer epitaxy" Proc. of the 24th International Conference on The Physics of Semiconductors(1999), CD-ROM file No. 0948, World Scientific Publishing Co. Ryuichi Ugajin. "Composite nanomaterials based on fractal- shaped structures" Physics Letters A 227(2000), p.267-272	1-19

PCT REQUEST

S01P1270WO00

Original (for **SUBMISSION**)

0	For receiving Office use only	
0-1	International Application No.	
0-2	International Filing Date	
0-3	Name of receiving Office and "PCT International Application"	
0-4	Form - PCT/RO/101 PCT Request	
0-4-1	Prepared using	PCT-EASY Version 2.92 (updated 01.03.2001)
0-5	Petition The undersigned requests that the present international application be processed according to the Patent Cooperation Treaty	
0-6	Receiving Office (specified by the applicant)	Japan Patent Office (RO/JP)
0-7	Applicant's or agent's file reference	S01P1270WO00
I	Title of invention	FRACTAL STRUCTURE AND ITS FORMING METHOD
II	Applicant	
II-1	This person is:	applicant only
II-2	Applicant for	all designated States except US
II-4	Name	SONY CORPORATION
II-5	Address:	7-35, Kitashinagawa 6-chome, Shinagawa-ku, Tokyo 141-0001 Japan
II-6	State of nationality	JP
II-7	State of residence	JP
II-8	Telephone No.	03-5448-2111
II-9	Facsimile No.	03-5448-5709
III-1	Applicant and/or inventor	
III-1-1	This person is:	applicant and inventor
III-1-2	Applicant for	US only
III-1-4	Name (LAST, First)	UGAJIN, Ryuichi
III-1-5	Address:	C/O SONY CORPORATION 7-35, Kitashinagawa 6-chome, Shinagawa-ku, Tokyo 141-0001 Japan
III-1-6	State of nationality	JP
III-1-7	State of residence	JP

PCT REQUEST

S01P1270WO00

Original (for SUBMISSION)

IV-1	Agent or communication representative ; or address for correspondence The person identified below is hereby/has been appointed to act on behalf of the applicant(s) before the competent International Authorities as:	Agent
IV-1-1	Name (LAST, First)	SUGIURA, Masatomo
IV-1-2	Address:	7th Floor, Ikebukuro Park Bldg., 49-7, Minami Ikebukuro 2-chome, Toshima-ku, Tokyo 171-0022 Japan
IV-1-3	Telephone No.	03-3980-0339
IV-1-4	Facsimile No.	03-3982-3166
IV-1-5	e-mail	<u>sugipat2@mbc.nifty.com</u>
V	Designation of States	
V-1	Regional Patent (other kinds of protection or treatment, if any, are specified between parentheses after the designation(s) concerned)	AP: GH GM KE LS MW MZ SD SL SZ TZ UG ZW and any other State which is a Contracting State of the Harare Protocol and of the PCT EA: AM AZ BY KG KZ MD RU TJ TM and any other State which is a Contracting State of the Eurasian Patent Convention and of the PCT EP: AT BE CH&LI CY DE DK ES FI FR GB GR IE IT LU MC NL PT SE TR and any other State which is a Contracting State of the European Patent Convention and of the PCT OA: BF BJ CF CG CI CM GA GN GQ GW ML MR NE SN TD TG and any other State which is a member State of OAPI and a Contracting State of the PCT
V-2	National Patent (other kinds of protection or treatment, if any, are specified between parentheses after the designation(s) concerned)	AE AG AL AM AT AU AZ BA BB BG BR BY BZ CA CH&LI CN CO CR CU CZ DE DK DM DZ EC EE ES FI GB GD GE GH GM HR HU ID IL IN IS JP KE KG KP KR KZ LC LK LR LS LT LU LV MA MD MG MK MN MW MX MZ NO NZ PH PL PT RO RU SD SE SG SI SK SL TJ TM TR TT TZ UA UG US UZ VN YU ZA ZW

PCT REQUEST

S01P1270WO00

Original (for SUBMISSION)

V-5	Precautionary Designation Statement In addition to the designations made under items V-1, V-2 and V-3, the applicant also makes under Rule 4.9(b) all designations which would be permitted under the PCT except any designation(s) of the State(s) indicated under item V-6 below. The applicant declares that those additional designations are subject to confirmation and that any designation which is not confirmed before the expiration of 15 months from the priority date is to be regarded as withdrawn by the applicant at the expiration of that time limit.	
V-6	Exclusion(s) from precautionary designations	NONE
VI-1	Priority claim of earlier national application	
VI-1-1	Filing date	25 August 2000 (25.08.2000)
VI-1-2	Number	Patent Application 2000-255236
VI-1-3	Country	JP
VI-2	Priority claim of earlier national application	
VI-2-1	Filing date	31 October 2000 (31.10.2000)
VI-2-2	Number	Patent Application 2000-333395
VI-2-3	Country	JP
VI-3	Priority document request The receiving Office is requested to prepare and transmit to the International Bureau a certified copy of the earlier application(s) identified above as item(s):	VI-1, VI-2
VII-1	International Searching Authority Chosen	Japan Patent Office (JPO) (ISA/JP)
VIII	Declarations	Number of declarations
VIII-1	Declaration as to the identity of the inventor	-
VIII-2	Declaration as to the applicant's entitlement, as at the international filing date, to apply for and be granted a patent	-
VIII-3	Declaration as to the applicant's entitlement, as at the international filing date, to claim the priority of the earlier application	-
VIII-4	Declaration of inventorship (only for the purposes of the designation of the United States of America)	-
VIII-5	Declaration as to non-prejudicial disclosures or exceptions to lack of novelty	-

PCT REQUEST

S01P1270WO00

Original (for SUBMISSION)

IX	Check list	number of sheets	electronic file(s) attached
IX-1	Request (including declaration sheets)	4	-
IX-2	Description	38	-
IX-3	Claims	4	-
IX-4	Abstract	1	s01p1270_abstract.txt
IX-5	Drawings	51	-
IX-7	TOTAL	98	
	Accompanying items	paper document(s) attached	electronic file(s) attached
IX-8	Fee calculation sheet	✓	-
IX-9	Original separate power of attorney	✓	-
IX-17	PCT-EASY diskette	-	Diskette
IX-18	Other (specified):	Revenue stamps of transmittal fee and search fee for receiving office	-
IX-18	Other (specified):	Submission of certificate of payment for international fee	-
IX-19	Figure of the drawings which should accompany the abstract	1	
IX-20	Language of filing of the international application	Japanese	
X-1	Signature of applicant, agent or common representative		
X-1-1	Name (LAST, First)	SUGIURA, Masatomo	

FOR RECEIVING OFFICE USE ONLY

10-1	Date of actual receipt of the purported international application	
10-2	Drawings:	
10-2-1	Received	
10-2-2	Not received	
10-3	Corrected date of actual receipt due to later but timely received papers or drawings completing the purported international application	
10-4	Date of timely receipt of the required corrections under PCT Article 11(2)	
10-5	International Searching Authority	ISA/JP
10-6	Transmittal of search copy delayed until search fee is paid	

PCT REQUEST

5/5

S01P1270WO00

Original (for SUBMISSION)

FOR INTERNATIONAL BUREAU USE ONLY

11-1	Date of receipt of the record copy by the International Bureau
------	-------------------------------------------------------------------

特許協力条約に基づく国際出願願書

原本（出願用） - 印刷日時 2001年08月23日（23.08.2001）木曜日 17時54分29秒

S01P1270W000

0	受理官庁記入欄	
0-1	国際出願番号.	
0-2	国際出願日	24.8.01
0-3	(受付印)	受領印
0-4	様式-PCT/R0/101 この特許協力条約に基づく国際出願願書は、 右記によって作成された。	PCT-EASY Version 2.92 (updated 01.03.2001)
0-5	申立て 出願人は、この国際出願が特許協力条約に従って処理されることを請求する。	
0-6	出願人によって指定された受理官庁	日本国特許庁 (R0/JP)
0-7	出願人又は代理人の書類記号	S01P1270W000
I	発明の名称	フラクタル構造体およびその形成方法
II	出願人	
II-1	この欄に記載した者は	出願人である (applicant only)
II-2	右の指定国についての出願人である。	米国を除くすべての指定国 (all designated States except US)
II-4ja	名称	ソニー株式会社
II-4en	Name	SONY CORPORATION
II-5ja	あて名:	141-0001 日本国 東京都 品川区 北品川6丁目7番35号
II-5en	Address:	7-35, Kitashinagawa 6-chome, Shinagawa-ku, Tokyo 141-0001 Japan
II-6	国籍 (国名)	日本国 JP
II-7	住所 (国名)	日本国 JP
II-8	電話番号	03-5448-2111
II-9	ファクシミリ番号	03-5448-5709
III-I	その他の出願人又は発明者	
III-I-1	この欄に記載した者は	出願人及び発明者である (applicant and inventor)
III-I-2	右の指定国についての出願人である。	米国のみ (US only)
III-I-4ja	氏名 (姓名)	宇賀神 隆一
III-I-4en	Name (LAST, First)	UGAJIN, Ryuichi
III-I-5ja	あて名:	141-0001 日本国 東京都 品川区 北品川6丁目7番35号 ソニー株式会社内
III-I-5en	Address:	C/O SONY CORPORATION 7-35, Kitashinagawa 6-chome, Shinagawa-ku, Tokyo 141-0001 Japan
III-I-6	国籍 (国名)	日本国 JP
III-I-7	住所 (国名)	日本国 JP

特許協力条約に基づく国際出願願書

原本（出願用） - 印刷日時 2001年08月23日（23.08.2001）木曜日 17時54分29秒


S01P1270W000

IV-1	代理人又は共通の代表者、通知のあて名 下記の者は国際機関において右記のごとく出願人のために行動する。 氏名(姓名) Name (LAST, First) あて名: Address: 電話番号 ファクシミリ番号 電子メール	代理人 (agent) 杉浦 正知 SUGIURA, Masatomo 171-0022 日本国 東京都 豊島区 南池袋 2丁目49番 7号 池袋パークビル 7階 7th Floor, Ikebukuro Park Bldg., 49-7, Minami Ikebukuro 2-chome, Toshima-ku, Tokyo 171-0022 Japan 03-3980-0339 03-3982-3166 sugipat2@mbc.nifty.com
IV-1-1ja IV-1-1en IV-1-2ja IV-1-2en IV-1-3 IV-1-4 IV-1-5		
V	国の指定	
V-1	広域特許 (他の種類の保護又は取扱いを求める場合には括弧内に記載する。)	AP: GH GM KE LS MW MZ SD SL SZ TZ UG ZW 及びハラレプロトコルと特許協力条約の締約国である他の国 EA: AM AZ BY KG KZ MD RU TJ TM 及びユーラシア特許条約と特許協力条約の締約国である他の国 EP: AT BE CH&LI CY DE DK ES FI FR GB GR IE IT LU MC NL PT SE TR 及びヨーロッパ特許条約と特許協力条約の締約国である他の国 OA: BF BJ CF CG CI CM GA GN GQ GW ML MR NE SN TD TG 及びアフリカ知的所有権機構と特許協力条約の締約国である他の国
V-2	国内特許 (他の種類の保護又は取扱いを求める場合には括弧内に記載する。)	AE AG AL AM AT AU AZ BA BB BG BR BY BZ CA CH&LI CN CO CR CU CZ DE DK DM DZ EC EE ES FI GB GD GE GH GM HR HU ID IL IN IS JP KE KG KP KR KZ LC LK LR LS LT LU LV MA MD MG MK MN MW MX MZ NO NZ PH PL PT RO RU SD SE SG SI SK SL TJ TM TR TT TZ UA UG US UZ VN YU ZA ZW
V-5	指定の確認の宣言 出願人は、上記の指定に加えて、規則4.9(b)の規定に基づき、特許協力条約のもとで認められる他の全ての国の指定を行う。ただし、V-6欄に示した国の指定を除く。出願人は、これらの追加される指定が確認を条件としていること、並びに優先日から15月が経過する前にその確認がなされない指定は、この期間の経過時に、出願人によって取り下げられたものとみなされることを宣言する。	
V-6	指定の確認から除かれる国	なし (NONE)

特許協力条約に基づく国際出願願書

原本（出願用） - 印刷日時 2001年08月23日（23.08.2001）木曜日 17時54分29秒

S01P1270W000

VI-1	先の国内出願に基づく優先権主張 出願日 出願番号 国名	2000年08月25日 (25.08.2000) 特願2000-255236 日本国 JP	
VI-2	先の国内出願に基づく優先権主張 出願日 出願番号 国名	2000年10月31日 (31.10.2000) 特願2000-333395 日本国 JP	
VI-3	優先権証明書送付の請求 上記の先の出願のうち、右記の番号のものについては、出願書類の認証謄本を作成し国際事務局へ送付することを、受理官庁に対して請求している。	VI-1, VI-2	
VII-1	特定された国際調査機関 (ISA)	日本国特許庁 (ISA/JP)	
VIII	申立て	申立て数	
VIII-1	発明者の特定に関する申立て	-	
VIII-2	出願し及び特許を与えられる国際出願日における出願人の資格に関する申立て	-	
VIII-3	先の出願の優先権を主張する国際出願日における出願人の資格に関する申立て	-	
VIII-4	発明者である旨の申立て（米国を指定国とする場合）	-	
VIII-5	不利にならない開示又は新規性喪失の例外に関する申立て	-	
IX	照合欄	用紙の枚数	添付された電子データ
IX-1	願書（申立てを含む）	4	-
IX-2	明細書	38	-
IX-3	請求の範囲	4	-
IX-4	要約	1	s01p1270_abstract.txt
IX-5	図面	51	-
IX-7	合計	98	
	添付書類	添付	添付された電子データ
IX-8	手数料計算用紙	✓	-
IX-9	個別の委任状の原本	✓	-
IX-17	PCT-EASYディスク	-	フロッピーディスク
IX-18	その他	納付する手数料に相当する特許印紙を貼付した書面	-
IX-18	その他	国際事務局の口座への振り込みを証明する書面	-
IX-19	要約書とともに提示する図の番号	1	
IX-20	国際出願の使用言語名:	日本語	
X-1	提出者の記名押印		
X-1-1'	氏名(姓名)	杉浦 正知	

特許協力条約に基づく国際出願願書

S01P1270W000

原本（出願用） - 印刷日時 2001年08月23日（23.08.2001）木曜日 17時54分29秒

受理官庁記入欄

10-1	国際出願として提出された書類の実際の受理の日	
10-2	図面：	
10-2-1	受理された	
10-2-2	不足図面がある	
10-3	国際出願として提出された書類を補完する書類又は図面であってその後期間内に提出されたものの実際の受理の日（訂正日）	
10-4	特許協力条約第11条(2)に基づく必要な補完の期間内の受理の日	
10-5	出願人により特定された国際調査機関	ISA/JP
10-6	調査手数料未払いにつき、国際調査機関に調査用写しを送付していない	

国際事務局記入欄

11-1	記録原本の受理の日	
------	-----------	--

フラクタル構造体およびその形成方法

5 技術分野

この発明は、フラクタル構造体およびその形成方法に関し、特に、新規な原理に基づいたものである。

背景技術

- 10 固体材料の電子・光素子への応用を考える時、その材料の持つ物性値が用途に制約を与えることがある。例えば、半導体材料を発光素子に利用する場合、その材料のバンドギャップに対応する発光波長のデバイスに応用することはできるが、発光波長を変えるためには工夫が必要である。半導体のバンドに係わる物性値に関しては、超格子によって制御が実現されている。具体的には、超格子の周期を変えることによって、サブバンドのバンド幅を制御することができ、発光波長を設計することができる。

- さて、多電子状態の構造を材料設計により制御することを目指し、本発明者は量子ドット結合体による多体効果工学を提唱し、理論的解析を行ってきた ((1)US patent 5,430,309 (2)US patent 5,663,571 (3)US patent 5,719,407 (4)US patent 5,828,090 (5)US patent 5,831,294 (6)US patent 6,020,605 (7)J. Appl. Phys. 76, 2833(1994) (8) Phys. Rev. B51, 10714(1995) (9)Phys. Rev. B51, 11136(1995) (10)J. Appl. Phys. 77, 5509(1995) (11)Phys. Rev. B53, 6963(1996) (12)Phys. Rev. B53, 10141(1996) (13)Appl. Phys. Lett. 68, 2657(1996) (14)J. Appl. Phys. 80, 3893(1996) (15)J. Phys. Soc. Jpn. 65, 3952(1996) (16)Jpn. J. Ap
- 20
- 25

pl. Phys. 36, 638 (1997) (17) J. Phys. Soc. Jpn. 66, 425 (1997) (18) J. Appl. Phys. 81, 2693 (1997) (19) Physica (Amsterdam) 229B, 146 (1997) (20) Physica (Amsterdam) 237A, 220 (1997) (21) Surf. Sci. 375, 403 (1997) (22) Physica (Amsterdam) 240B, 116 (1997) (23) Physica (Amsterdam) 240B, 128 (1997) (24) Physica (Amsterdam) 1E, 226 (1997) (25) Phys. Rev. Lett. 80, 572 (1998) (26) Jpn. J. Appl. Phys. 37, 863 (1998) (27) Physica (Amsterdam) 245B, 311 (1998) (28) Physica (Amsterdam) 235B, 96 (1998) (29) Phys. Rev. B 59, 4952 (1999) (30) Surf. Sci. 432, 1 (1999) (31) International Journal of Modern Physics B. Vol. 13, NO. 21, 22, pp. 2689-2703, 1

999)。例えば、量子ドット間のトンネル現象と量子ドット内の電子間相互作用とを調整することにより、様々な相関電子系が実現されるであろうと期待されている。いま、近接量子ドット間のトンネル・トランスファーを t と書くことにする。そのとき、量子ドットが正方格子状に並んでいるとすれば、一電子状態のバンド幅は $T_{eff} = 4t$ である。もし量子ドットが一次元チェーンとして形成されていれば、一電子状態のバンド幅は $T_{eff} = 2t$ である。三次元的な量子ドットアレーならば、 $T_{eff} = 6t$ である。つまり、量子ドットアレーの次元性が D ならば、一電子状態のバンド幅は $T_{eff} = 2Dt$ であった。さて、ハーフフィルド (half-filled) (量子ドット一個あたり一電子) のモット (Mott) 転移 (モット (Mott) - ハバード (Hubbard) 転移またはモット金属 - 絶縁体転移とも呼ぶ) を考える。量子ドット内の実効的電子間相互作用を U_{eff} と書くことにすると、このモット絶縁体側でのハバード・ギャップは $\Delta = U_{eff} - T_{eff}$ でほぼ記述されることから、 U_{eff} や t を変えることでモット転移を制御することができることになる。既に提案しているように、電界効果によって U_{eff} 、 t を調整してモット - ハバード転移を制御することができ、電界効果

素子に应用可能である（上記文献(5)(6)(11)(14)）。

一方で、 $\Delta = U_{eff} - T_{eff} = U_{eff} - 2 D t$ の式を見てみると、系の次元性Dを制御することによって、モットーハバード転移を制御することも可能であろうと考えられる。この目的のために、本出願人は、次元性を連続的に変化させることのできるフラクタル結合体を提案し、そのフラクタル次元の変化によりモットーハバード転移が制御可能であることを示してきた。

より幅広い材料の設計を行うため、単純なフラクタル性を越えた設計方法により材料の次元性を変調・制御することが望まれている。

ところで、情報処理を担う物理系として、内在する非線形性は必須のものである。従来から用いられてきた素子として、ある程度の非線形な応答が見られる材料を用いた電子素子がある。例えば、電流－電圧特性に非線形性があるものとして、微分負抵抗を示す二端子素子が挙げられる。もちろん、三端子素子として、MOS-FETは現代の技術を支えている。そして、これらの非線形性を持つ電子素子を線形な電子回路で結合し、非線形性を持つ情報処理装置を構築することにより、任意の計算を実行することができる。

しかしながら、そのような電子回路では、高度に集積化することによる困難が問題になってきている。例えば、発熱の問題である。内在する電気抵抗に起因するこの発熱は、電子素子の非線形性を生み出すために必須であり、情報処理を実行するのに不可欠であって、本質的である。

この困難を回避するため、要素素子の非線形性を高めることで素子数を減らす試みがなされてきた。この方向を発展させると必然的に、要素素子が、カオスを示す程に強い非線形性を持つものが望まれてくる。カオスを示す古典的な系を量子化したとき、その量子系の振る舞

いを特徴付けるのが量子カオスである。

一方で、要素素子が微細化されて行くと、その素子に閉じ込められた電子は量子力学的粒子として振る舞うことになる。従って、この観点より、量子カオスを示す要素素子に期待が集まっている。本出願人は、フラクタル形状を持つ構造中の量子系において、系を特徴付けるフラクタル次元を変えることで量子カオスを制御することができることを理論的に示してきた。

この発明が解決しようとする課題は、単純なフラクタル性を越えた設計方法により、材料の次元性を変調・制御することができるフラクタル構造体およびその形成方法を提供することにある。

この発明が解決しようとする他の課題は、単純なフラクタル性を越えた設計方法により、相転移やカオス、特に量子カオスを制御することができるフラクタル構造体およびその形成方法を提供することにある。

発明の開示

本発明者は、上記課題を解決すべく鋭意検討を行った結果、フラクタル構造を成長させる際に成長条件を時間的に変化させることで、複数のフラクタル次元で特徴付けられる部分を持つ、より複雑なフラクタル構造体を形成することができることを見い出した。特に、ランダム・フラクタルの成長過程において、フラクタル次元の低い領域を形成した後、フラクタル次元が高くなるように成長条件を変化させることにより、フラクタル次元が互いに異なる複数の領域が交じり合った花火状の特徴的なフラクタル構造体を形成することができることが分かった。そして、これらのフラクタル構造体においては、磁気相転移などの相転移や、カオス、特に電子状態における量子カオスなどの発

現を制御することが可能であることが分かった。その後、詳細な解析を行った結果、これらの現象の制御に好適なフラクタル次元が存在することが分かった。

この発明は、本発明者による以上の検討に基づいて案出されたものである。

すなわち、上記課題を解決するために、この発明の第1の発明は、自己相似性を特徴付けるフラクタル次元が互いに異なる複数の領域を有するフラクタル構造体であって、

一つまたは複数の起点からフラクタル構造の成長を行い、その成長過程において、成長を開始した時刻から第1の時刻までは第1のフラクタル次元が得られるような成長条件を用いて成長を行い、第1の時刻から第2の時刻までは第1のフラクタル次元より低い第2のフラクタル次元が得られるような成長条件を用いて成長を行うことにより形成された

ことを特徴とするものである。

この発明の第2の発明は、

自己相似性を特徴付けるフラクタル次元が互いに異なる複数の領域を有するフラクタル構造体の形成方法であって、

一つまたは複数の起点からフラクタル構造の成長を行い、その成長過程において、成長を開始した時刻から第1の時刻までは第1のフラクタル次元が得られるような成長条件を用いて成長を行い、第1の時刻から第2の時刻までは第1のフラクタル次元より低い第2のフラクタル次元が得られるような成長条件を用いて成長を行うようにした

ことを特徴とするものである。

この発明においては、第1のフラクタル次元が得られるような成長条件から第2のフラクタル次元が得られるような成長条件への成長条

件の切り替えのタイミングを調整することにより、フラクタル構造体において発現する相転移の性質を制御する。例えば、成長条件の切り替えのタイミングを調整することにより、フラクタル構造体において発現する強磁性相転移の臨界温度を制御する。さらに、成長条件の切り替えのタイミングを調整することにより、フラクタル構造体において発現するカオスの性質を制御し、より具体的には例えば電子状態における量子カオスを制御する。この電子状態における量子カオスの制御は、成長条件の切り替えのタイミングの調整に加えて、磁性不純物添加によるランダム磁場の導入を併用することにより、高い制御性で制御することができる。典型的には、フラクタル構造体を構成する複数の領域は全体として花火状の形状を有する。

フラクタル構造体において発現する強磁性相転移の臨界温度の制御や量子カオスなどの制御を良好に行い、あるいは、相関電子系の制御を良好に行うなどの観点からは、好適には、第1のフラクタル次元を D_{f1} 、第2のフラクタル次元を D_{f2} としたとき、 $D_{f1} > 2.7$ かつ $D_{f2} < 2.3$ とし、典型的には $2.7 < D_{f1} \leq 3$ かつ $1 \leq D_{f2} < 2.3$ 、より好適には $2.9 \leq D_{f1} \leq 3$ かつ $1 \leq D_{f2} < 2.3$ とする。ここで、 D_{f1} の上限である3は3次元空間の次元に対応するものであって、 D_{f2} の下限値である1は構造内の連結性の確保に必要なものである。

成長条件は、後に詳述する発明の実施の形態では式(4)の α であるが、実際の成長においては、例えば液相で成長を行う場合には、成長に用いる溶媒の種類が例として挙げられる。すなわち、この場合は、成長過程において溶媒の種類を変えることにより、フラクタル次元の異なる領域を形成することができる。

上述のように構成されたこの発明によれば、フラクタル構造の成長

条件を時間的に変化させ、低いフラクタル次元が得られる成長条件で成長を行った後、成長条件を切り替えて高いフラクタル次元が得られる成長条件で成長を行うことにより、互いにフラクタル次元が異なる複数の領域が交じり合った花火状のフラクタル構造体を得ることができる。そして、このフラクタル構造体において、成長条件の切り替えのタイミングの調整などにより、このフラクタル構造体において発現する相転移の性質を制御することができる。また、フラクタル次元の最適化により、制御性の向上を図ることができる。

10 図面の簡単な説明

第1図は、この発明の第1の実施形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル構造体を示す略線図、第2図は、この発明の第1の実施形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル構造体を示す略線図、第3図は、この発明の第1の実施形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル構造体を示す略線図、第4図は、この発明の第1の実施形態による花火状フラクタル構造体における成長起点からの距離 r と半径 r の球に含まれる成長点の数 $N(r)$ との $\log\text{-}\log$ プロットを示す略線図、第5図は、この発明の第1の実施形態による花火状フラクタル構造体における自発磁化を示す略線図、第6図は、この発明の第2の実施形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル構造体を示す略線図、第7図は、この発明の第2の実施形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル構造体を示す略線図、第8図は、この発明の第2の実施形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル構造体を示す略線図、第9図は、この発明の第2の実施形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル

構造体を示す略線図、第 10 図は、この発明の第 2 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 11 図は、この発明の第 2 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 12 図は、この発明の第 3 の実施形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル構造体を示す略線図、第 13 図は、この発明の第 3 の実施形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル構造体を示す略線図、第 14 図は、この発明の第 3 の実施形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル構造体を示す略線図、第 15 図は、この発明の第 3 の実施形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル構造体を示す略線図、第 16 図は、この発明の第 3 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 17 図は、この発明の第 3 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 18 図は、単体フラクタル構造体における α とフラクタル次元 D_f との関係を示す略線図、第 19 図は、この発明の第 4 の実施形態による花火状フラクタル構造体における自発磁化を示す略線図、第 20 図は、この発明の第 4 の実施形態による花火状フラクタル構造体における自発磁化を示す略線図、第 21 図は、この発明の第 4 の実施形態による花火状フラクタル構造体における自発磁化を示す略線図、第 22 図は、この発明の第 4 の実施形態による花火状フラクタル構造体における自発磁化を示す略線図、第 23 図は、この発明の第 4 の実施形態による花火状フラクタル構造体における自発磁化を示す略線図、第 24 図は、この発明の第 4 の実施形態による花火状フラクタル構造体における自発磁化を示す略線図、第 25 図は、この発明の第 5 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 2

6 図は、この発明の第 5 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 27 図は、この発明の第 5 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 28 図は、この発明の第 5 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 29 図は、この発明の第 5 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 30 図は、この発明の第 5 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 31 図は、この発明の第 5 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 32 図は、この発明の第 5 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 33 図は、この発明の第 5 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるBerry-Robnikパラメータ ρ を示す略線図、第 34 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 35 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 36 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 37 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 38 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 39 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 40 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 41 図は、

この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 4 2 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 4 3 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 4 4 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 4 5 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 4 6 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 4 7 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 4 8 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 4 9 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 5 0 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 5 1 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図である。

発明を実施するための最良の形態

以下、この発明の実施形態について説明する。以下の実施形態においては、複数のフラクタル次元で特徴付けられる部分が交じり合った花火状フラクタル構造体を考える。この花火状フラクタル構造体は、

ランダム・フラクタルの成長過程において、フラクタル次元の低い領域を形成した後にフラクタル次元が高くなるように成長条件を変化させることにより形成されるものである。

第1の実施形態

5 (1) 花火状フラクタル構造体の形成

この第1の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法は、Dielectric breakdown model ((32) A. Erzan, L. Pietronero, A. Vespignani, Rev. Mod. Phys. 67, 545 (1995) (33) L. Niemeyer, L. Pietronero, H. J. Wiesmann, Phys. Rev. Lett. 52, 1033 (1984) (34) R. Ugajin, S. Hirata, and
10 Y. Kuroki, Physica A, 278, 312 (2000)) を発展させることにより得られる。

いま、三次元空間の正方格子 S を定義し、その格子点 $(i_1, i_2, i_3) \in S$ 上にスカラーポテンシャル場 $\phi(i_1, i_2, i_3)$ を定義し、これを電位と称する。この電位はラプラス方程式

$$15 \quad \Delta \phi(i_1, i_2, i_3) = 0 \quad (1)$$

に従うものとする。これから定義する図形 T_n は三次元格子上の格子点の集合であり、 T_0 は $(0, 0, 0)$ のみからなり、 T_{n+1} は順次、以下に与えるルールにより、 T_n に一格子点を付け加えることにより生成される。

20 まず、 T_n に含まれる各点の電位を 1 とし、無限遠点での電位を 0 とする。つまり、

$$\phi(i_1, i_2, i_3) = 0 \quad \text{when} \quad (i_1, i_2, i_3) \rightarrow \infty \quad (2)$$

$$\phi(i_1, i_2, i_3) = 1 \quad \text{when} \quad (i_1, i_2, i_3) \in T_n \quad (3)$$

である。この境界条件のもとで方程式 (1) を解き、各格子点の電位を
25 決定する。 T_{n+1} を構成するために T_n に付け加えられるべき格子点は、 T_n に含まれず、 T_n に最近接する格子点の集合 U_n から選ばれ

る。 U_n に含まれる格子点の数を N_n と書く。

さて、 U_n に含まれる各点 $(i_{1,m}, i_{2,m}, i_{3,m})$ (ただし、 $m = 1, 2, \dots, N_n$) に対し、その電界強度を

$$E_m(\alpha) = |\phi(i_{1,m}, i_{2,m}, i_{3,m}) - 1|^\alpha \quad (4)$$

5 と定義する。 U_n のある点 $(i_{1,m}, i_{2,m}, i_{3,m})$ が選ばれる確率は、その電界強度 $E_m(\alpha)$ に比例する。つまり、その確率は

$$P_m(\alpha) = \frac{E_m(\alpha)}{\sum_{j=1}^{N_n} E_j(\alpha)} \quad (5)$$

10 である。

以上の操作を繰り返すことで T_n を構成して行く。理想的なフラクタルは、無限に繰り返した極限集合

$$T_\infty = \lim_{n \rightarrow \infty} T_n \quad (6)$$

であろう。また、 $\alpha = 1$ の場合、上記と Diffusion limited aggregation による図形生成の結果は一致する ((35) T. A. Witten, Jr. and L. M. Sander, Phys. Rev. Lett. 47, 1400 (1984) ; Phys. Rev. B 27, 5686 (1983)) 。

この第1の実施形態による花火状フラクタル構造体は、上述の成長のステップ n に応じて、 α パラメータを変化させることによって形成される。つまり、上記成長過程を、 $1 \leq n \leq \tau_1$ において、 α_1 を用いて成長を行い、 $\tau_1 + 1 \leq n \leq \tau_2$ において α_2 を、 $\tau_2 + 1 \leq n \leq \tau_3$ において α_3 を、というように実行する。以下では、二種類のフラクタル次元を持つ場合のシミュレーションを行う。 $\alpha_1 > \alpha_2$ で特徴付けられるものを花火状フラクタル構造体と呼び、特に $\tau_2 = 10000$ 、 $\alpha_1 = 2$ 、 $\alpha_2 = 0$ を共通とし、 τ_1 を変化させた場合についてシミュレーションを行った。その結果を第1図、第2図および第3図に示す。ただし、第1図では $\tau_1 = 3000$ 、第2図では τ_1

= 5 0 0 0、第3図では $\tau_1 = 7 0 0 0$ とした。第1図、第2図および第3図より、成長の初期に分岐が激しくフラクタル次元の低い領域が形成された後、その分岐構造上にフラクタル次元の高い層が成長していていることがわかる。成長の後半で形成される領域では全体的に成長が進むため、初期に形成された分岐構造をなだらかにする傾向が認められる。このような構造が花火状フラクタル構造体である。

より詳しく構造を理解するために、フラクタル次元の計算過程を用いる。成長起点(0, 0, 0)からの距離を r としたとき、半径 r の球に含まれる成長点の数を $N(r)$ と書くことにする。そのとき、 a を比例係数として

$$N(r) = ar^{D_f} \quad (7)$$

と書けたならば、 D_f をフラクタル次元と呼ぶ。従って、両辺の対数をとると、

$$\log N(r) = \log a + D_f \log r \quad (8)$$

であるから、 \log - \log プロットを行ったときに直線に乗ればフラクタル的であり、その傾きがフラクタル次元である。第4図では、上記の成長実験で得られたそれぞれの場合に関し、この \log - \log プロットを行った。第4図から、 $\tau_1 = 3 0 0 0$ 、 $5 0 0 0$ 、 $7 0 0 0$ では、 $\log(r)$ が小さい領域でのフラクタル次元がほぼ $D_f = 2.6$ 、 $\log(r)$ が大きい領域ではフラクタル次元がほぼ $D_f = 2.0$ となっていることがわかる。

(2) 花火状フラクタル構造体での強磁性相転移

(1)で定義された花火状フラクタル構造体上に、強磁性体を記述するスピン系を定義する。 T_n の元である格子点

$$\mathbf{r}_p = (i_{1,p}, i_{2,p}, i_{3,p}) \in T_n \quad (9)$$

を考える。ただし、 $p = 1, 2, \dots, n+1$ である。格子点

$\mathbf{r}_p \in T_n$ にスピンを乗せ、以下のハミルトニアンで記述できるスピン系を考える。

$$H = - \sum_{p,q} J_{p,q} \mathbf{S}_p \cdot \mathbf{S}_q \quad (10)$$

5 \mathbf{S}_p が p サイトのスピンである。スピン間相互作用 $J_{p,q}$ として

$$J_{p,q} = \begin{cases} 1 & \text{when } |\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q| = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

10 が自然なモデルである。つまり、最近接サイト間のみでスピン間相互作用が存在する。有限温度 T における自発磁化 M を計算するために、平衡系の統計力学を導入する。分配関数 Z は以下のように定義される

$$Z = \sum_{\{\mathbf{S}_p\}} e^{-H/T} \quad (12)$$

15 ただし、和の記号内の $\{\mathbf{S}_p\}$ は全てのスピン状態に関する和を意味する。自発磁化はスピンの統計平均として以下のように定義される。

$$M = \frac{1}{n+1} \sum_{p=1}^{n+1} \langle \mathbf{S}_p \rangle \quad (13)$$

ただし、期待値 $\langle \mathbf{S}_p \rangle$ は

20

$$\langle \mathbf{S}_p \rangle = \frac{1}{Z} \sum_{\{\mathbf{S}_p\}} \mathbf{S}_p e^{-H/T} \quad (14)$$

であり、 $n+1$ は総スピン数である。一般に \mathbf{M} はスピン空間におけるベクトル量であるが、その絶対値 $M = |\mathbf{M}|$ を計算する。

25 ここではイジング・モデルを考える。イジング・モデルでは、

$$\mathbf{S}_p = 1 \text{ or } -1 \quad (15)$$

の二状態のみが有り得る。さて、このイジング・モデルに平均場近似を導入しよう。p 番目のサイトの自発磁化を μ_p と書く。この系ではサイトごとに分子場が異なるので、それを $\bar{\mu}_p$ と書くことにする。平均場近似の仮定として、分子場が最近接サイトの自発磁化で

$$\bar{\mu}_p = \sum_q J_{p,q} \mu_q \quad (16)$$

と書けるものを採用する。この仮定により、上記ハミルトニアンは

$$H_{MF} = - \sum_{p=1}^{n+1} \bar{\mu}_p \sigma_p \quad (17)$$

10

と単純化される。この単純化されたハミルトニアンによる分配関数を用いて得られる自発磁化が μ_p となるようなセルフコンシステント (self-consistent) 方程式を導くと

$$\mu_p = \tanh(\beta \bar{\mu}_p) \quad (18)$$

15 が得られ、この方程式を数値的に解くことで、系の自発磁化

$$M_{\text{Ising}} = \frac{1}{n+1} \sum_{j=0}^n \mu_j \quad (19)$$

を求める。

20

第 5 図に、第 1 図、第 2 図および第 3 図に示されている花火状フラクタル構造体における自発磁化を示す。ただし、 $\tau_1 = 0$ の構造は $\alpha = 0$ の単一のフラクタル次元を持つ単純フラクタル構造体と同じである。また、 $\tau_1 = 10000$ の構造は、 $\alpha = 2$ の単一のフラクタル次元を持つ単純フラクタル構造体と同じである。 τ_1 の変化に伴い、自発磁化の消失する臨界温度が変化しているのが分かる。第 5 図から明

25 らかなように、この花火状フラクタル構造体においては、磁化曲線の

形は変化せず、臨界温度が変化している。従って、フラクタルを基礎とした構造体 (fractal-based complex) であるこの花火状フラクタル構造体における成長パラメータの切り替えによって、様々な磁性を示す材料を実現することができることが分かった。

5 第2の実施形態

(1) 花火状フラクタル構造体の形成

この第2の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法は、第1の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法と同様であり、この第2の実施形態でも、 $\alpha_1 > \alpha_2$ の場合を考え、特に $\tau_2 = 1\ 0\ 0\ 0\ 0$ 、 $\alpha_1 = 2$ 、 $\alpha_2 = 0$ を共通とし、 τ_1 を変化させた場合についてシミュレーションを行った。その結果を第6図、第7図、第8図および第9図に示す。ただし、第6図では $\tau_1 = 2\ 0\ 0\ 0$ 、第7図では $\tau_1 = 4\ 0\ 0\ 0$ 、第8図では $\tau_1 = 6\ 0\ 0\ 0$ 、第9図では $\tau_1 = 8\ 0\ 0\ 0$ とした。第6図、第7図、第8図および第9図より、第1の実施形態と同様に、成長の初期に分岐が激しくフラクタル次元の低い領域が形成された後、その分岐構造上にフラクタル次元の高い層が成長し、成長の後半で形成される領域では全体的に成長が進むため、初期に形成された分岐構造をなだらかにする傾向が認められる。

(2) 花火状フラクタル構造体上の電子系

(1) で定義された花火状フラクタル構造体上に一粒子の量子系を定義する。 T_n の元である格子点

$$\mathbf{r}_p = (i_{1,p}, i_{2,p}, i_{3,p}) \in T_n \quad (20)$$

を考える。ただし、 $p = 0, 1, 2, \dots, n$ である。格子点 $\mathbf{r}_p \in T_n$ に量子を生成する演算子 \hat{c}_p^\dagger を定義する。もちろん、反交換関係

$$\{\hat{c}_p, \hat{c}_q^\dagger\} = \delta_{p,q} \quad (21)$$

が成り立つ。ここで、この量子系のハミルトニアン \hat{H} は

$$\hat{H}_n = - \sum_{p,q} t_{p,q} \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_q \quad (22)$$

と定義される。ここで、トランスファー $t_{p,q}$ としては

$$5 \quad t_{p,q} = \begin{cases} 1 & \text{when } |r_p - r_q| = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (23)$$

を採用する。このモデルでは最近接サイト間のみでホッピングが可能である。

ハミルトニアン \hat{H} の固有エネルギーを ϵ_m 、固有ベクトルを $|m\rangle$
10 と書くと、

$$\hat{H}|m\rangle = \epsilon_m |m\rangle \quad (24)$$

である。ただし、 $m = 0, 1, 2, \dots, n$ である。

まず、 $n+1$ 個の量子準位 ϵ_m を、その最近接準位間間隔が平均で
1 になるように規格化する。つまり、

$$15 \quad \omega_j = \epsilon_j - \epsilon_{j-1} \quad (25)$$

とする。ただし、 $j = 1, 2, \dots, n$ としたとき、

$$\bar{\omega} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \omega_j \quad (26)$$

20 を用い、新しい準位

$$\epsilon_0 = 0 \quad (27)$$

$$\epsilon_m = \frac{1}{\bar{\omega}} \sum_{j=1}^m \omega_j = \sum_{j=1}^m \Omega_j \quad (28)$$

25 へ変換する。ここで、

$$\Omega_j = \frac{\omega_j}{\bar{\omega}} \quad (29)$$

である。系の状態密度 (the density of states) は

$$\rho(\epsilon) = \frac{1}{n+1} \sum_{m=0}^n \delta(\epsilon - \epsilon_m) \quad (30)$$

で定義され、その積分 (the staircase function)

$$\lambda(\epsilon) = \int_{-\infty}^{\epsilon} d\eta \rho(\eta) \quad (31)$$

を計算する。得られたstaircase functionは、unfolding という操作を用いることにより、平均して状態密度が一定になるように変換される。このようにして得られた量子準位を用い、量子準位統計量として最近接準位間間隔分布 $P(s)$ と、ダイソンとメータの Δ_3 統計量を計算する。参考文献 ((36) (37)) にあるように、これらの統計量を用いることで、量子カオスが発生しているかどうかを検知できる。量子カオス系は、古典的カオス系と同様に外部からの摂動に対して敏感であることも知られており、非線形材料設計の指針として量子カオス解析は重要である。

可積分系の場合、最近接準位間間隔分布 $P(s)$ と Δ_3 統計量は Poisson 分布のもの

$$P_P(s) = e^{-s} \quad (32)$$

$$\Delta_3(n) = \frac{n}{15} \quad (33)$$

となり、量子カオス系の場合、GOE (Gaussian orthogonal ensemb

le) 分布

$$P_{\text{GOE}}(s) = \frac{\pi s}{2} e^{-\pi s^2/4} \quad (34)$$

$$\Delta_3(n) = \frac{1}{\pi^2} \left[\log(2\pi n) + \gamma - \frac{\pi^2}{8} - \frac{5}{4} \right] + O(n^{-1}) \quad (35)$$

となる。ここで、 γ はオイラー定数である。

ここで解析する花火状フラクタル構造体は、 $n = 10000$ の成長
実験により得られたものである。この量子系には $n+1 = 100$
01個の固有状態がある。この中で、基底状態から501番目より2
001番目までの、1501状態に関するエネルギー固有値をもとに、
以下の量子準位統計量を計算した。第10図および第11図に $(\alpha_1,$
 $\alpha_2) = (2, 0)$ の花火状フラクタル構造体における量子準位統計
を示す。第10図では $P(s)$ を、第11図では Δ_3 統計量を示した。
15 $\tau_1 = 10000$ の場合、構造は $\alpha = 2$ の単純フラクタルと同一であ
り、フラクタル次元が2 ($D_f \sim 2.16$)に近いので、系は可積分
系として振る舞う。このとき、量子準位統計はPoisson 分布のもの
となっている。一方、 $\tau_1 = 0$ の場合、構造は $\alpha = 0$ の単純フラクタル
と同一であり、フラクタル次元が3 ($D_f \sim 2.91$)に近い。従っ
20 て、この電子系は量子カオス系として振る舞い、量子順位統計はGOE
分布のものとなっている。第10図および第11図から明らかなよ
うに、 τ_1 が0から10000へ増加して行くに従い、GOE分布か
らPoisson 分布へと変化している。従って、 τ_1 を所定の値に設定す
ることで、量子カオス系から可積分系まで、幅広い種類の量子系を実
25 現することができる。

上述の花火状フラクタル構造体における量子準位統計の変化を見る

と、比較的小さな τ_1 で量子カオス性が減少し始めることが分かる。これは、形成された複合体において分岐的性質が十分に残っており、量子カオスのカオス性が減弱されていることを示唆している。このことを考えると、花火状フラクタル構造体では複数の領域が交じり合い、全体として複合系を形成していることが分かる。

第3の実施形態

(1) 花火状フラクタル構造体の形成

この第3の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法は、第1の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法と同様であり、この第3の実施形態では、 $\alpha_1 > \alpha_2$ の場合を考え、特に $\tau_2 = 10000$ 、 $\alpha_1 = 2$ 、 $\alpha_2 = 0$ を共通とし、 τ_1 を変化させた場合についてシミュレーションを行った。その結果を第12図、第13図、第14図および第15図に示す。ただし、第12図では $\tau_1 = 2000$ 、第13図では $\tau_1 = 4000$ 、第14図では $\tau_1 = 6000$ 、第15図では $\tau_1 = 8000$ とした。第12図、第13図、第14図および第15図より、第1の実施形態と同様に、成長の初期に分岐が激しくフラクタル次元の低い領域が形成された後、その分岐構造上にフラクタル次元の高い層が成長し、成長の後半で形成される領域では全体的に成長が進むため、初期に形成された分岐構造をなだらかにする傾向が認められる。

(2) 花火状フラクタル構造体上の電子系

(1)で定義された花火状フラクタル構造体上に一粒子の量子系を定義する。 T_n の元である格子点

$$\mathbf{r}_p = (i_{1,p}, i_{2,p}, i_{3,p}) \in T_n \quad (36)$$

を考える。ただし、 $p = 1, 2, \dots, n+1$ である。格子点 $\mathbf{r}_p \in T_n$ に量子を生成する演算子 \hat{c}_p^\dagger を定義する。もちろん、反交換関

係

$$\{\hat{c}_p, \hat{c}_q^\dagger\} = \delta_{p,q} \quad (37)$$

が成り立つ。ここで、この量子系のハミルトニアン \hat{H} は

$$\hat{H}_n = - \sum_{p,q} t_{p,q} \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_q \quad (38)$$

5

と定義される。ここで、トランスファー $t_{p,q}$ としては

$$t_{p,q} = \begin{cases} \exp(i\theta_{p,q}) & \text{when } |\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q| = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (39)$$

10 を採用する。ただし、 $\theta_{p,q} = -\theta_{q,p}$ は

$$0 < \theta_{p,q} < 2\pi \quad (40)$$

を満たすランダムな実数である。このモデルでは、最近接サイト間の
みでホッピングが可能である。そして、そのホッピングに伴い、場所
によりランダムな位相因子 $\theta_{p,q}$ が付け加わる。格子点を一周するル
ープでこの位相因子を積分すれば、そのループを貫く磁束になるので、
15 $0 < \theta_{p,q} < 2\pi$ のランダムな分布に対し、局所的には磁場が導入さ
れていることになる。この磁場は、強度、方向ともに全くランダムで
あり、空間的に平均をとるとゼロ磁場となるので、系のフラクタル性
を破壊することはない。

20 ハミルトニアン \hat{H} の固有エネルギーを ϵ_m 、固有ベクトルを $|m\rangle$
と書くと、

$$\hat{H}|m\rangle = \epsilon_m |m\rangle \quad (41)$$

である。ただし、 $m = 0, 1, 2, \dots, n$ である。

まず、 $n+1$ 個の量子準位 ϵ_m を、その最近接準位間間隔が平均で
25 1 になるように規格化する。つまり、

$$\omega_j = \epsilon_j - \epsilon_{j-1} \quad (42)$$

とする。ただし、 $j = 1, 2, \dots, n$ としたとき、

$$\bar{\omega} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \omega_j \quad (43)$$

5 を用い、新しい準位

$$\epsilon_0 = 0 \quad (44)$$

$$\epsilon_m = \frac{1}{\bar{\omega}} \sum_{j=1}^m \omega_j = \sum_{j=1}^m \Omega_j \quad (45)$$

10 へ変換する。ここで、

$$\Omega_j = \frac{\omega_j}{\bar{\omega}} \quad (46)$$

である。系の状態密度 (the density of states)は

15

$$\rho(\epsilon) = \frac{1}{n+1} \sum_{m=1}^{n+1} \delta(\epsilon - \epsilon_m) \quad (47)$$

で定義され、その積分 (the staircase function)

20

$$\lambda(\epsilon) = \int_{-\infty}^{\epsilon} d\eta \rho(\eta) \quad (48)$$

を計算する。得られたstaircase functionは、unfolding という操作を用いることにより、平均して状態密度が一定になるように変換される。このようにして得られた量子準位を用い、量子準位統計量として最近接準位間間隔分布 $P(s)$ と、ダイソンとメータの Δ_3 統計量を計算する。参考文献 (上記 (36) (37)) にあるように、これらの統計量

25

を用いることで、量子カオスが発生しているかどうかを検知できる。
量子カオス系は、古典的カオス系と同様に外部からの摂動に対して敏感であることも知られており、非線形材料設計の指針として量子カオス解析は重要である。

- 5 可積分系の場合、最近接準位間間隔分布 $P(s)$ と Δ_3 統計量は Poisson 分布のもの

$$P_P(s) = e^{-s} \quad (49)$$

$$\Delta_3(n) = \frac{n}{15} \quad (50)$$

10

となり、磁場下の量子カオス系の場合、GUE (Gaussian unitary ensemble) 分布

$$P_{\text{GUE}}(s) = \frac{32s^2}{\pi^2} e^{-4s^2/\pi} \quad (51)$$

15

$$\Delta_3(n) = \frac{1}{2\pi^2} \left[\log(2\pi n) + \gamma - \frac{5}{4} \right] + O(n^{-1}) \quad (52)$$

となる。ここで、 γ はオイラー定数である。

- 20 ここで解析する花火状フラクタル構造体は、 $n = 10000$ の成長実験により得られたものであるので、この量子系には $n+1 = 10001$ 個の固有状態がある。この中で、基底状態から 501 番目より 2001 番目までの、1501 状態に関するエネルギー固有値をもとに、
25 $(\alpha_1, \alpha_2) = (2, 0)$ のランダム磁場下の花火状フラクタル構造体における量子準位統計を示す。第 16 図では $P(s)$ を、第 17 図では Δ_3

統計量を示した。 $\tau_1 = 10000$ の場合、構造は $\alpha = 2$ の単純フラクタルと同一であり、フラクタル次元が2 ($D_f \sim 2.16$)に近いので、系は可積分系として振る舞う。このとき、量子準位統計はPoisson 分布のものとなっている。一方、 $\tau_1 = 0$ の場合、構造は $\alpha = 0$ の単純フラクタルと同一であり、フラクタル次元が3 ($D_f \sim 2.91$)に近い。従って、この電子系は量子カオス系として振る舞い、量子準位統計はGUE分布のものとなっている。第16図および第17図から明らかなように、 τ_1 が0から10000へ増加して行くに従い、GUE分布からPoisson 分布へと変化している。従って、 τ_1 を所定の値に設定することで、GUE統計に従う量子カオス系から可積分系まで、幅広い種類の量子系を実現することができる。

第4の実施形態

(1) 花火状フラクタル構造体の形成

この第4の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法は、第1の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法と同様であるが、成長条件としては、 $\tau_1 = 5000$ 、 $\tau_2 = 10000$ を固定し、 $\alpha_1 > \alpha_2$ を満たす様々な (α_1, α_2) に関して成長の数値実験を行った。

ところで、Dielectric breakdown modelによる単体フラクタル構造体の形成方法において、 α を変化させると、形成されるフラクタル構造体のフラクタル次元 D_f が変化することが知られている。シミュレーションにより得られているフラクタル次元を第18図に示す(上記文献(34))。第18図から分かるように、 α の増加に伴い、 D_f は減少して行く。 $\alpha < 0.5$ で $D_f > 2.7$ が得られ、一方で、 $\alpha > 1$ で $D_f < 2.3$ が得られる。

(2) 花火状フラクタル構造体での強磁性相転移

(1) で定義された花火状フラクタル構造体上に、強磁性体を記述するスピン系を定義する。 T_n の元である格子点

$$\mathbf{r}_p = (i_{1,p}, i_{2,p}, i_{3,p}) \in T_n \quad (53)$$

を考える。ただし、 $p = 0, 1, 2, \dots, n$ である。格子点

5 $\mathbf{r}_p \in T_n$ にスピンを乗せ、以下のハミルトニアンで記述できるスピン系を考える。

$$H = - \sum_{p,q} J_{p,q} \mathbf{S}_p \cdot \mathbf{S}_q \quad (54)$$

\mathbf{S}_p が p サイトのスピンである。スピン間相互作用 $J_{p,q}$ として

10

$$J_{p,q} = \begin{cases} 1 & \text{when } |\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q| = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (55)$$

が自然なモデルである。つまり、最近接サイト間のみでスピン間相互作用が存在する。有限温度 T における自発磁化 M を計算するために、

15 平衡系の統計力学を導入する。分配関数 Z は以下のように定義される。

$$Z = \sum_{\{\mathbf{S}_p\}} e^{-H/T} \quad (56)$$

ただし、和の記号内の $\{\mathbf{S}_p\}$ は全てのスピン状態に関する和を意味する。自発磁化はスピンの統計平均として以下のように定義される。

20

$$M = \frac{1}{n+1} \sum_{p=0}^n \langle \mathbf{S}_p \rangle \quad (57)$$

ただし、期待値 $\langle \mathbf{S}_p \rangle$ は

25

$$\langle \mathbf{S}_p \rangle = \frac{1}{Z} \sum_{\{\mathbf{S}_p\}} \mathbf{S}_p e^{-H/T} \quad (58)$$

であり、 $n+1$ は総スピン数である。一般に \mathbf{M} はスピン空間におけるベクトル量であるが、その絶対値 $M = |\mathbf{M}|$ を計算する。

ここではイジング・モデルを考える。イジング・モデルでは、

$$S_p = 1 \text{ or } -1 \quad (59)$$

- 5 の二状態のみが有り得る。さて、このイジング・モデルに平均場近似を導入しよう。p 番目のサイトの自発磁化を μ_p と書く。この系ではサイトごとに分子場が異なるので、それを $\bar{\mu}_p$ と書くことにする。平均場近似の仮定として、分子場が最近接サイトの自発磁化で

$$\bar{\mu}_p = \sum_q J_{p,q} \mu_q \quad (60)$$

10

と書けるものを採用する。この仮定により、上記ハミルトニアンは

$$H_{MF} = - \sum_{p=0}^n \bar{\mu}_p \sigma_p \quad (61)$$

- 15 と単純化される。この単純化されたハミルトニアンによる分配関数を用いて得られる自発磁化が μ_p となるようなセルフコンシステント (self-consistent) 方程式を導くと

$$\mu_p = \tanh(\beta \bar{\mu}_p) \quad (62)$$

が得られ、この方程式を数値的に解くことで、系の自発磁化

20

$$M_{\text{Ising}} = \frac{1}{n+1} \sum_{j=0}^n \mu_j \quad (63)$$

を求める。

- 25 第 19 図に、 $\alpha_2 = 0$ と固定し、 α_1 を変化させた場合の自発磁化を示す。 $\alpha_1 = 0$ とは、 $\alpha = 0$ の単純フラクタルと同様の構造における自発磁化の場合である。第 19 図に示すように、 α_1 の増加に伴い、

花火状フラクタル構造体の相転移温度が著しく変調されている。

第20図に、 $\alpha_2 = 0.2$ と固定し、 α_1 を変化させた場合の自発磁化を示す。 $\alpha_1 = 0.2$ とは、 $\alpha = 0.2$ の単純フラクタルと同様の構造における自発磁化の場合である。第19図に比べ、その変調性は減少しているが、かなりの量である。

第21図に、 $\alpha_2 = 0.4$ と固定し、 α_1 を変化させた場合の自発磁化を示す。 $\alpha_1 = 0.4$ とは、 $\alpha = 0.4$ の単純フラクタルと同様の構造における自発磁化の場合である。第21図から分かるように、第19図および第20図に比べ、その変調性は著しく減少している。

第22図に、 $\alpha_1 = 2$ と固定し、 α_2 を変化させた場合の自発磁化を示す。 $\alpha_2 = 2$ とは、 $\alpha = 2$ の単純フラクタルと同様の構造における自発磁化の場合である。第23図に、 $\alpha_1 = 1$ と固定し、 α_2 を変化させた場合の自発磁化を示す。 $\alpha_2 = 1$ とは、 $\alpha = 1$ の単純フラクタルと同様の構造における自発磁化の場合である。第24図に、 $\alpha_1 = 0.6$ と固定し、 α_2 を変化させた場合の自発磁化を示す。 $\alpha_2 = 0.6$ とは、 $\alpha = 0.6$ の単純フラクタルと同様の構造における自発磁化の場合である。第22図、第23図および第24図から分かるように、それぞれ、 α_2 により、相転移温度はある程度制御されている。

以上を総合すると、 $1 \leq n \leq \tau_1$ の成長過程、すなわち成長初期では $D_f < 2.3$ 程度、また $\tau_1 + 1 \leq n \leq \tau_2$ の成長過程、すなわち成長終期では $D_f > 2.7$ 程度の条件を満たすとき、花火状フラクタル構造体における強磁性相転移温度は好適に制御されるということができる。

第5の実施形態

(1) 花火状フラクタル構造体の形成

この第5の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法は、

第1の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法と同様であるが、成長条件としては $\tau_1 = 5000$ 、 $\tau_2 = 10000$ を固定し、 $\alpha_1 > \alpha_2$ を満たす様々な (α_1, α_2) の組み合わせ、特に α_1 、 α_2 として、0, 0.2, 0.4, 0.6, 1, 2を用いて成長の数値実験を行った。

(2) 花火状フラクタル構造体上の電子系

第2の実施形態の式(20)～(35)に示したものと同様な方法により、(1)で定義された花火状フラクタル構造体上に一粒子の量子系を定義する。

ここで解析する花火状フラクタル構造体は、 $n = 10000$ の成長実験により得られたものであるので、この量子系には $n+1 = 10001$ 個の固有状態がある。この中で、基底状態から501番目より2001番目までの、1501状態に関するエネルギー固有値をもとに、以下の量子準位統計量を計算した。第25図および第26図に $(\alpha_1, \alpha_2) = (x, 0)$ 、 $x = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 1, 2$ としたときの花火状フラクタル構造体における量子準位統計を示す。第25図では $P(s)$ を、第26図では Δ_3 統計量を示した。 $\alpha_1 = 0$ の場合、構造は $\alpha = 0$ の単純フラクタルと同一であり、フラクタル次元が3($D_f \sim 2.91$)に近いので、系は量子カオス系として振る舞う。このとき、量子準位統計はGOE分布のものとなっている。 α_1 が増加して行くに従い、量子準位統計はGOE分布のものから離れて行き、Poisson分布へと近づいて行く。しかしながら、 $\alpha_1 = 2$ まで到達しても、まだPoisson分布からの違いは大きく残っている。

第27図に $(\alpha_1, \alpha_2) = (x, 0.2)$ 、 $x = 0.2, 0.4, 0.6, 1, 2$ としたときの花火状フラクタル構造体における Δ_3 統計量を示す。 $\alpha_1 = 0.2$ の場合、構造は $\alpha = 0.2$ の単純フラクタ

ル構造体と同一であり、ほぼ量子カオス系として振る舞っている。 α_1 が増加して行くに従い、量子準位統計はG O E分布のものから離れて行き、Poisson 分布へと近づいて行く。第28図に、 $(\alpha_1, \alpha_2) = (x, 0.4)$ 、 $x = 0.4, 0.6, 1, 2$ としたときの花火状

5 フラクタル構造体における Δ_3 統計量を示す。 $\alpha_1 = 0.4$ の場合、構造は $\alpha = 0.4$ の単純フラクタル構造体と同一であり、すでに量子カオス系とは言えない程度にG O E分布のそれから離れてきている。 α_1 が増加して行くに従い、量子準位統計はG O E分布のものから離れて行き、Poisson 分布へと近づいて行くのは同様である。

- 10 第29図および第30図に、 $(\alpha_1, \alpha_2) = (2, x)$ 、 $x = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 1, 2$ としたときの花火状フラクタル構造体における量子準位統計を示す。第29図では $P(s)$ を、第30図では Δ_3 統計量を示した。 $\alpha_2 = 0$ の場合は、第25図および第26図の $\alpha_1 = 2$ と同一である。 $\alpha_2 = 2$ の場合、構造は $\alpha = 2$ の単純フ
- 15 ラクタル構造体と同一であり、フラクタル次元が2 ($D_f \sim 2.16$)に近いので、系は可積分系として振る舞う。 α_2 の減少とともに量子準位統計はPoisson 分布のそれから離れて行き、G O E分布のそれへと近づいて行く。

- 第31図に、 $(\alpha_1, \alpha_2) = (1, x)$ 、 $x = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 1$ としたときの花火状フラクタル構造体における Δ_3 統計量を示す。第32図に、 $(\alpha_1, \alpha_2) = (0.6, x)$ 、 $x = 0, 0.2, 0.4, 0.6$ としたときの花火状フラクタル構造体における Δ_3 統計量を示す。 α_2 の減少とともに量子準位統計はPoisson 分布のそれから離れて行き、G O E分布のそれへと近づいて行く。
- 20

- 25 以上の制御性を定量的に評価するため、Berry-Robnikパラメータ ρ を利用する ((38)M. V. Berry and M. Robnik, J. Phys. A(Math. Gen.)17, 2

413, (1984))。まず、 $\bar{\rho} = 1 - \rho$ としたとき、

$$P_2(s, \rho) = \rho^2 e^{-\rho s} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{\pi} \bar{\rho} s}{2}\right) + \left(2\rho \bar{\rho} + \frac{\pi \bar{\rho}^3 s}{2}\right) e^{-\rho s - \pi \bar{\rho}^2 s^2 / 4} \quad (64)$$

5 を導入する。ただし、

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty d\tau e^{-\tau^2} \quad (65)$$

を用いた。この関数 $P_2(s, \rho)$ は、 $\rho = 1$ の時 Poisson 分布の $P(s)$ と一致し、 $\rho = 0$ の時 G O E 分布の $P(s)$ と一致する。つまり、 ρ を 0 から 1 へと変化させることで、量子カオス系から可積分系までの量子準位統計を内挿することができる。さて、Berry-Robnik パラメータとは、数値計算によって得られた $P(s)$ を、上記 $P_2(s, \rho)$ で最適に近似した場合の ρ の値である。準古典近似の範囲で ρ は、
15 位相空間における正則領域（可積分系とそれから摂動展開可能な領域）の体積比である。

第 3 3 図に、花火状フラクタル構造体における Berry-Robnik パラメータ ρ を示す。 $(\alpha_1, \alpha_2) = (2, x)$ とは、 $\alpha_1 = 2$ を固定して α_2 を横軸に取って変化させた場合の Berry-Robnik パラメータであり、 $(\alpha_1, \alpha_2) = (x, 0)$ とは、 $\alpha_2 = 0$ を固定して α_1 を横軸に取って変化させた場合の Berry-Robnik パラメータである。第 3 3 図から明らかなように、 (α_1, α_2) を所定の値に設定することで、量子カオス系から可積分系まで、幅広い量子系を実現することができることが分かった。

25 第 6 の実施形態

(1) 花火状フラクタル構造体の形成

この第6の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法は、
第1の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法と同様であ
るが、成長条件としては $\tau_1 = 5000$ 、 $\tau_2 = 10000$ を固定し、
 $\alpha_1 > \alpha_2$ を満たす様々な (α_1, α_2) の組み合わせ、特に α_1 、
5 α_2 として、0, 0.2, 0.4, 0.6, 1, 2を用いて成長の数
値実験を行った。

(2) 花火状フラクタル構造体上の相関電子系

(1) で定義された星状フラクタル構造体上に電子系を定義する。

T_n の元である格子点

$$10 \quad \mathbf{r}_p = (i_{1,p}, i_{2,p}, i_{3,p}) \in T_n \quad (66)$$

を考える。ただし、 $p = 0, 1, 2, \dots, n$ である。格子点

$\mathbf{r}_p \in T_n$ にスピン σ の電子を生成する演算子 $\hat{c}_{p,\sigma}^\dagger$ を定義する。も
ちろん、反交換関係

$$\{\hat{c}_{p,\sigma}, \hat{c}_{q,\rho}^\dagger\} = \delta_{p,q} \delta_{\sigma,\rho} \quad (67)$$

15 が成り立つ。ここで、この電子系の単一バンド・ハバード・ハミルト
ニアン \hat{H} は以下のように定義される。

$$\hat{H} = t \sum_{i,j,\sigma} \lambda_{i,j} \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \hat{c}_{j,\sigma} + U \sum_j \hat{n}_{j,1} \hat{n}_{j,2} \quad (68)$$

電子は近接しているサイト間のみで移動することができるものとし、

20 $\lambda_{p,q}$ として

$$\lambda_{p,q} = \begin{cases} 1 & \text{when } |\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q| = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (69)$$

を採用する。また、 j 番目のサイトのスピン σ 電子密度演算子

25 $\hat{n}_{j,\sigma} = \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \hat{c}_{j,\sigma}$ とその和 $\hat{n}_j = \sum_\sigma \hat{n}_{j,\sigma}$ を定義する。

さて、温度グリーン関数を定義するために、大正準ハミルトニアン

$\hat{K} = \hat{H} - \mu \hat{N}$ を導入する。ただし、 $\hat{N} = \sum_j \hat{n}_j$ である。ここで問題とするハーフフィールドにおいては、化学ポテンシャルは $\mu = U/2$ となる。ハーフフィールドの大正準ハミルトニアンは以下のように書くことができる。

$$5 \quad \hat{K} = t \sum_{i,j,\sigma} \lambda_{j,i} \hat{t}_{j,i,\sigma} + U/2 \sum_i (\hat{u}_i - 1) \quad (70)$$

演算子 $\hat{t}_{j,i,\sigma}, \hat{j}_{j,i,\sigma}, \hat{u}_i, \hat{d}_{i,\sigma}$ を

$$\hat{t}_{j,i,\sigma} = \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \hat{c}_{i,\sigma} + \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \hat{c}_{j,\sigma} \quad (71)$$

$$10 \quad \hat{j}_{j,i,\sigma} = \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \hat{c}_{i,\sigma} - \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \hat{c}_{j,\sigma} \quad (72)$$

$$\hat{u}_i = \hat{c}_{i,1}^\dagger \hat{c}_{i,1} \hat{c}_{i,1}^\dagger \hat{c}_{i,1} + \hat{c}_{i,1} \hat{c}_{i,1}^\dagger \hat{c}_{i,1} \hat{c}_{i,1}^\dagger \quad (73)$$

$$\hat{d}_{i,\sigma} = \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \hat{c}_{i,\sigma} - \hat{c}_{i,\sigma} \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \quad (74)$$

によって定義しておく。与えられた演算子 \hat{A}, \hat{B} に対し、 τ を虚
15 時間として温度グリーン関数を定義すると

$$\langle \hat{A}; \hat{B} \rangle = - \int_0^\beta d\tau \langle T_\tau \hat{A}(\tau) \hat{B} \rangle e^{i\omega_n \tau} \quad (75)$$

である。オンサイトグリーン関数

$$20 \quad G_{j,\sigma}(i\omega_n) = \langle \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle \quad (76)$$

は特に重要である。

系の虚時間発展は、ハイゼンベルグ方程式

$$\frac{d}{d\tau} \hat{A}(\tau) = [\hat{K}, \hat{A}] \quad (77)$$

25

により得られる。オンサイトグリーン関数の運動方程式として

$$i\omega_n \langle \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle = 1 + t \sum_{p,j} \lambda_{p,j} \langle \hat{c}_{p,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle + \frac{U}{2} \langle \hat{d}_{j,-\sigma} \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle \quad (78)$$

5 5 6
 が得られる。さて、Grosに従い以下の近似を導入する（(35) C. Gros, Phys. Rev. B50, 7295 (1994)）。もし、p サイトが j サイトの最近接サイトであった場合、

$$\langle \hat{c}_{p,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle \rightarrow t \langle \hat{c}_{p,\sigma}; \hat{c}_{p,\sigma}^\dagger \rangle \langle \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle \quad (79)$$

10 の分解を近似として導入する。これは、無限次元ベーテ格子のときに厳密になるとのことであるが、この場合はあくまで近似である。この近似のもと、以下の関係式が得られる。

$$(i\omega_n - t^2 \Gamma_{j,\sigma}) G_{j,\sigma} = 1 + \frac{U}{2} \langle \hat{d}_{j,-\sigma} \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle \quad (80)$$

ただし、

$$15 \quad \Gamma_{j,\sigma} = \sum_p \lambda_{p,j} G_{p,\sigma} \quad (81)$$

を導入した。得られた式を解くには、 $\langle \hat{d}_{j,-\sigma} \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle$ を調べる必要がある。この運動方程式はハーフフィルドの場合、

$$20 \quad i\omega_n \langle \hat{d}_{j,-\sigma} \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle = \frac{U}{2} G_{j,\sigma} - 2t \sum_p \lambda_{p,j} \langle \hat{j}_{p,j,-\sigma} \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle + t \sum_p \lambda_{p,j} \langle \hat{d}_{j,-\sigma} \hat{c}_{p,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle \quad (82)$$

となる。ここでまた、Grosの理論を参考に近似を導入する。それは、

$$25 \quad \langle \hat{j}_{p,j,-\sigma} \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle \rightarrow -t G_{p,-\sigma} \langle \hat{d}_{j,-\sigma} \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle \quad (83)$$

$$\langle \hat{d}_{j,-\sigma} \hat{c}_{p,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle \rightarrow t G_{p,\sigma} \langle \hat{d}_{j,-\sigma} \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle \quad (84)$$

という置き換えである。この置き換えを行うことにより、以下の閉じた方程式が得られる。

$$(i\omega_n - t^2\Gamma_{j,\sigma}) G_{j,\sigma} = 1 + \frac{(U/2)^2}{i\omega_n - t^2\Gamma_{j,\sigma} - 2t^2\Gamma_{j,-\sigma}} G_{j,\sigma} \quad (85)$$

5

ここではスピンの依存性はないものとする。つまり、

$$G_j = G_{j,\uparrow} = G_{j,\downarrow} \quad (86)$$

を仮定して以下の計算を行う。小さい δ に対して $i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta$ と解析接続すると、

$$D_j(\omega) = -\text{Im}G_j(\omega + i\delta) \quad (87)$$

がサイト j の局所状態密度、

$$D(\omega) = -\frac{1}{n+1} \sum_j D_j(\omega) \quad (88)$$

15 が系の状態密度となるからである。後に状態密度を数値計算する場合、 $\delta = 0.0001$ を用いることにする。

(1) で得られた花火状フラクタル構造体に関し、 $t = 1$ 、 $\tau_1 = 5000$ 、 $\tau_2 = 10000$ を固定し、状態密度を計算する。第34図、第35図および第36図に、 $(\alpha_1, \alpha_2) = (x, 0)$ 、 $x = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 1, 2$ としたときの花火状フラクタル構造体におけるハーフフィルドの電子系(10001個の電子)の状態密度を示す。第34図では $U = 6$ を、第35図では $U = 7$ を、第36図では $U = 8$ を用いた。 $\alpha_1 = 0$ の場合、構造は $\alpha = 0$ の単純フラクタルと同一であり、フラクタル次元が3 ($D_f \sim 2.91$)に近い。

25 第34図では全ての α_1 において、 $\omega = 0$ での状態密度 $D(0)$ が有限であって、この電子系は金属相にある。 α_1 が増加して行くに従い、

D (0) が減少して行き、絶縁体へと近づいて行く。第 3 5 図では $\alpha_1 < 1$ において、 $\omega = 0$ での状態密度 D (0) が有限であって、この電子系は金属相にある。しかし、 $\alpha_1 = 2$ となると、ほとんど D (0) が消失し、モット絶縁体化が起こる。第 3 6 図では α_1 の増加に伴い、
5 D (0) の消失が起こって、典型的なモット転移が生じる。

第 3 7 図、第 3 8 図および第 3 9 図に、 $(\alpha_1, \alpha_2) = (x, 0.2)$ 、 $x = 0.2, 0.4, 0.6, 1, 2$ としたときの花火状フラクタル構造体におけるハーフフィルドの電子系 (1 0 0 0 1 個の電子) の状態密度を示す。第 3 7 図では $U = 6$ を、第 3 8 図では $U = 7$ を、
10 第 3 9 図では $U = 8$ を用いた。 $\alpha_1 = 0.2$ の場合、構造は $\alpha = 0.2$ の単純フラクタルと同一である。第 3 7 図では全ての α_1 において、 $\omega = 0$ での状態密度 D (0) が有限であって、この電子系は金属相にある。 α_1 が増加して行くに従い、D (0) が減少して行き、絶縁体へと近づいて行く。第 3 8 図では $\alpha_1 < 1$ において、 $\omega = 0$ での状態
15 密度 D (0) が有限であって、この電子系は金属相にある。しかし、 $\alpha_1 = 2$ となると、ほとんど D (0) が消失し、モット絶縁体化が起こる。第 3 9 図では全ての α_1 でモット絶縁体として振る舞うが、その絶縁性、つまりは電子間の相関効果は、 α_1 の増加に伴い増加しているのが分かる。実効的ハバードギャップの幅が α_1 の増加に伴い増
20 加しているからである。

第 4 0 図、第 4 1 図および第 4 2 図に、 $(\alpha_1, \alpha_2) = (x, 0.4)$ 、 $x = 0.4, 0.6, 1, 2$ としたときの花火状フラクタル構造体におけるハーフフィルドの電子系 (1 0 0 0 1 個の電子) の状態密度を示す。第 4 0 図では $U = 6$ を、第 4 1 図では $U = 7$ を、第 4 2
25 図では $U = 8$ を用いた。 $\alpha_1 = 0.4$ の場合、構造は $\alpha = 0.4$ の単純フラクタルと同一である。第 4 0 図では全ての α_1 において、 $\omega =$

0での状態密度 $D(0)$ が有限であって、この電子系は金属相にある。 α_1 が増加して行くに従い、 $D(0)$ が減少して行き、絶縁体へと近づいて行く。第41図では α_1 の増加に伴い、 $D(0)$ の消失が起こって、典型的なモット転移が生じる。第42図では全ての α_1 でモット絶縁体として振る舞うが、その絶縁性、つまりは電子間の相関効果は、 α_1 の増加に伴い増加しているのが分かる。実効的ハバードギャップの幅が α_1 の増加に伴い増加しているからである。

第43図、第44図および第45図に $(\alpha_1, \alpha_2) = (2, x)$ 、 $x = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 1, 2$ としたときの花火状フラクタル構造体におけるハーフフィルドの電子系(10001個の電子)の状態密度を示す。第43図では $U = 6$ を、第44図では $U = 7$ を、第45図では $U = 8$ を用いた。 $\alpha_2 = 2$ の場合、構造は $\alpha = 2$ の単純フラクタルと同一であり、フラクタル次元が2($D_f \sim 2.16$)に近い。第43図では全ての α_2 において、 $\omega = 0$ での状態密度 $D(0)$ が有限であって、この電子系は金属相にある。 α_2 が増加して行くに従い、 $D(0)$ が減少して行き、絶縁体へと近づいて行く。第44図および第45図では全ての α_2 でモット絶縁体として振る舞うが、その絶縁性、つまりは電子間の相関効果は、 α_2 の増加に伴い増加しているのが分かる。実効的ハバードギャップの幅が α_2 の増加に伴い増加しているからである。

第46図、第47図および第48図に $(\alpha_1, \alpha_2) = (1, x)$ 、 $x = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 1$ としたときの花火状フラクタル構造体におけるハーフフィルドの電子系(10001個の電子)の状態密度を示す。第46図では $U = 6$ を、第47図では $U = 7$ を、第48図では $U = 8$ を用いた。 $\alpha_2 = 1$ の場合、構造は $\alpha = 1$ の単純フラクタルと同一である。第46図では全ての α_2 において、 $\omega = 0$ での

状態密度 $D(0)$ が有限であって、この電子系は金属相にある。第 4
7 図では α_2 の増加に伴い、 $D(0)$ の消失が起こって、典型的なモ
ット転移が生じる。第 4 8 図では全ての α_2 でモット絶縁体として振
る舞うが、その絶縁性、つまりは電子間の相関効果は、 α_2 の増加に
5 に伴い増加しているのが分かる。実効的ハバードギャップの幅が α_2 の
増加に伴い増加しているからである。

第 4 9 図、第 5 0 図および第 5 1 図に $(\alpha_1, \alpha_2) = (0.6, x)$ 、 $x = 0, 0.2, 0.4, 0.6$ としたときの花火状フラクタル構造体におけるハーフフィルドの電子系 (1 0 0 0 1 個の電子) の
10 状態密度を示す。第 4 9 図では $U = 6$ を、第 5 0 図では $U = 7$ を、第
5 1 図では $U = 8$ を用いた。 $\alpha_2 = 0.6$ の場合、構造は $\alpha = 0.6$
の単純フラクタルと同一である。第 4 9 図および第 5 0 図では全ての
 α_2 において、 $\omega = 0$ での状態密度 $D(0)$ が有限であって、この電
子系は金属相にある。 α_2 が増加して行くに従い、 $D(0)$ が減少し
15 て行き、絶縁体へと近づいて行く。第 5 1 図では全ての α_2 でモット
絶縁体として振る舞うが、その絶縁性、つまりは電子間の相関効果は、
 α_2 の増加に伴い増加しているのが分かる。実効的ハバードギャップ
の幅が α_2 の増加に伴い増加しているからである。

以上の解析より、 (α_1, α_2) を変化させることで、金属相から
20 絶縁相まで幅広い相関電子系を実現することができることが分かった。
特に、成長初期のフラクタル次元として $D_f < 2.3$ 程度、または成
長終期のフラクタル次元として $D_f > 2.7$ 程度の条件を満たすとき、
著しく良好な制御性が得られる。

以上、この発明の実施形態につき具体的に説明したが、この発明は、
25 上述の実施形態に限定されるものではなく、この発明の技術的思想に
基づく各種の変形が可能である。

以上説明したように、この発明によれば、フラクタル構造の成長条件を時間的に変化させ、低いフラクタル次元が得られる成長条件で成長を行った後、成長条件を切り替えて高いフラクタル次元が得られる成長条件で成長を行うことで、互いにフラクタル次元が異なる複数の領域が交じり合った花火状のフラクタル構造体を得ることができ、従来の単純なフラクタル性を越えた設計方法により材料の次元性を変調・制御することができる。そして、これらのフラクタル構造体において、成長条件の切り替えのタイミングを調整することなどにより、このフラクタル構造体において発現する様々な相転移の性質を制御することができる。また、フラクタル次元の最適化により、制御性の向上を図ることができる。

請 求 の 範 囲

1. 自己相似性を特徴付けるフラクタル次元が互いに異なる複数の領域を有するフラクタル構造体の形成方法であって、

- 5 一つまたは複数の起点からフラクタル構造の成長を行い、その成長過程において、成長を開始した時刻から第1の時刻までは第1のフラクタル次元が得られるような成長条件を用いて成長を行い、上記第1の時刻から第2の時刻までは第1のフラクタル次元より低い第2のフラクタル次元が得られるような成長条件を用いて成長を行うことにより
- 10 形成された

ことを特徴とするフラクタル構造体。

2. 上記成長条件の切り替えのタイミングを調整することにより、そのフラクタル構造体において発現する相転移の性質が制御されていることを特徴とする請求の範囲1記載のフラクタル構造体。

- 15 3. 上記成長条件の切り替えのタイミングを調整することにより、そのフラクタル構造体において発現する強磁性相転移の臨界温度が制御されている

ことを特徴とする請求の範囲1記載のフラクタル構造体。

- 20 4. 上記成長条件の切り替えのタイミングを調整することにより、そのフラクタル構造体において発現するカオスの性質が制御されていることを特徴とする請求の範囲1記載のフラクタル構造体。

5. 上記成長条件の切り替えのタイミングを調整することにより、そのフラクタル構造体において発現する電子状態における量子カオスが制御されている

- 25 ことを特徴とする請求の範囲1記載のフラクタル構造体。

6. 上記電子状態における量子カオスが磁性不純物添加により制御さ

れている

ことを特徴とする請求の範囲 5 記載のフラクタル構造体。

7. 上記複数の領域が全体として花火状の形状を有する

ことを特徴とする請求の範囲 1 記載のフラクタル構造体。

5 8. 上記第 1 のフラクタル次元を D_{f1} 、上記第 2 のフラクタル次元を D_{f2} としたとき、 $D_{f1} > 2.7$ かつ $D_{f2} < 2.3$ である

ことを特徴とする請求の範囲 1 記載のフラクタル構造体。

9. 上記第 1 のフラクタル次元を D_{f1} 、上記第 2 のフラクタル次元を D_{f2} としたとき、 $2.7 < D_{f1} \leq 3$ かつ $1 \leq D_{f2} < 2.3$ である

10 ことを特徴とする請求の範囲 1 記載のフラクタル構造体。

10. 上記第 1 のフラクタル次元を D_{f1} 、上記第 2 のフラクタル次元を D_{f2} としたとき、 $2.9 \leq D_{f1} \leq 3$ かつ $1 \leq D_{f2} < 2.3$ である

ことを特徴とする請求の範囲 1 記載のフラクタル構造体。

11. 自己相似性を特徴付けるフラクタル次元が互いに異なる複数の
15 領域を有するフラクタル構造体の形成方法であって、

一つまたは複数の起点からフラクタル構造の成長を行い、その成長過程において、成長を開始した時刻から第 1 の時刻までは第 1 のフラクタル次元が得られるような成長条件を用いて成長を行い、上記第 1 の時刻から第 2 の時刻までは第 1 のフラクタル次元より低い第 2 のフラクタル次元が得られるような成長条件を用いて成長を行うようにした
20

ことを特徴とするフラクタル構造体の形成方法。

12. 上記成長条件の切り替えのタイミングを調整することにより、そのフラクタル構造体において発現する相転移の性質を制御するようにした
25

ことを特徴とする請求の範囲 11 記載のフラクタル構造体の形成方

法。

13. 上記成長条件の切り替えのタイミングを調整することにより、そのフラクタル構造体において発現する強磁性相転移の臨界温度を制御するようにした

5 ことを特徴とする請求の範囲11記載のフラクタル構造体の形成方法。

14. 上記成長条件の切り替えのタイミングを調整することにより、そのフラクタル構造体において発現するカオスの性質を制御するようにした

10 ことを特徴とする請求の範囲11記載のフラクタル構造体の形成方法。

15. 上記成長条件の切り替えのタイミングを調整することにより、そのフラクタル構造体において発現する電子状態における量子カオスを制御するようにした

15 ことを特徴とする請求の範囲11記載のフラクタル構造体の形成方法。

16. 上記電子状態における量子カオスを磁性不純物添加により制御するようにした

20 ことを特徴とする請求の範囲15記載のフラクタル構造体の形成方法。

17. 上記第1のフラクタル次元を D_{f1} 、上記第2のフラクタル次元を D_{f2} としたとき、 $D_{f1} > 2.7$ かつ $D_{f2} < 2.3$ である

ことを特徴とする請求の範囲11記載のフラクタル構造体の形成方法。

25 18. 上記第1のフラクタル次元を D_{f1} 、上記第2のフラクタル次元を D_{f2} としたとき、 $2.7 < D_{f1} \leq 3$ かつ $1 \leq D_{f2} < 2.3$ である

ことを特徴とする請求の範囲 1 1 記載のフラクタル構造体の形成方法。

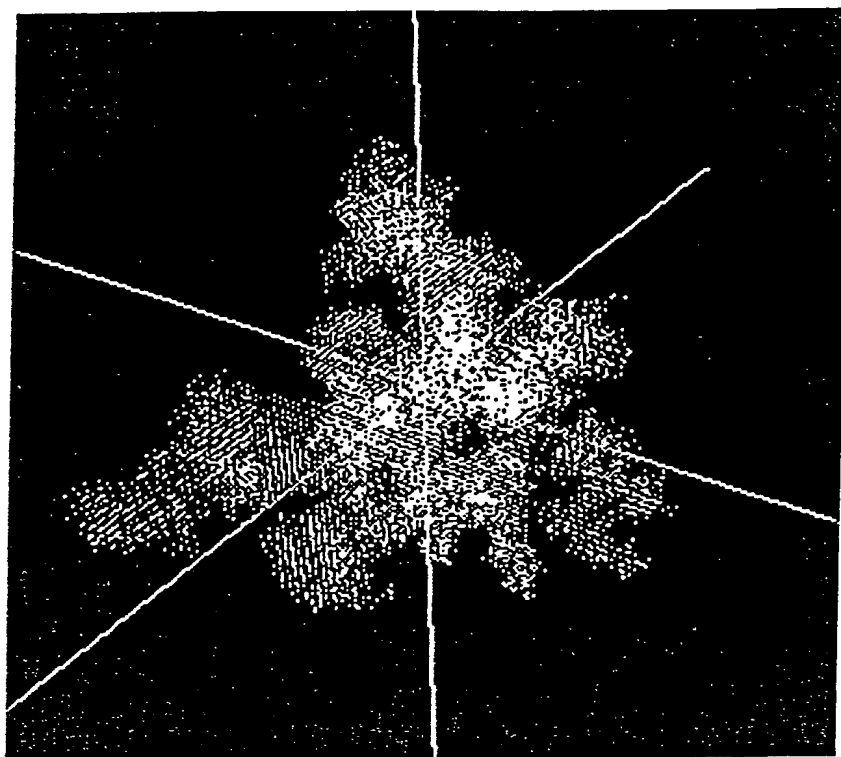
1 9 . 上記第 1 のフラクタル次元を D_{f1} 、上記第 2 のフラクタル次元を D_{f2} としたとき、 $2.9 \leq D_{f1} \leq 3$ かつ $1 \leq D_{f2} < 2.3$ である

5 ことを特徴とする請求の範囲 1 1 記載のフラクタル構造体の形成方法。

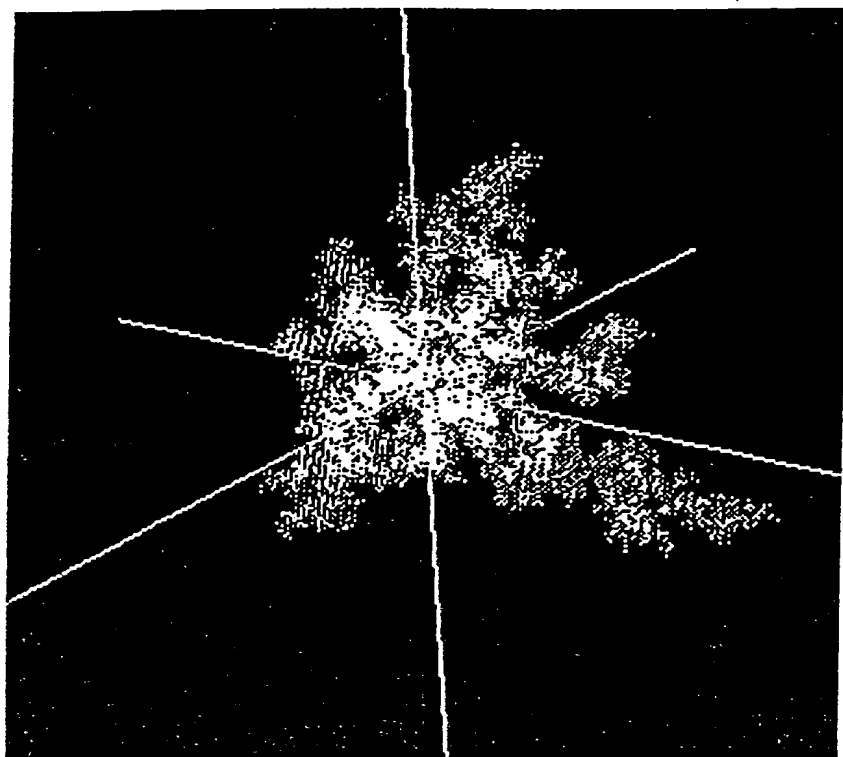
要 約 書

自己相似性を特徴付けるフラクタル次元が互いに異なる複数の領域を持つようにフラクタル構造体を形成する。一つまたは複数の起点からフラクタル構造の成長を行い、その成長過程において、成長を開始した時刻から第 1 の時刻までは第 1 のフラクタル次元が得られるような成長条件を用いて成長を行い、第 1 の時刻から第 2 の時刻までは第 1 のフラクタル次元より低い第 2 のフラクタル次元が得られるような成長条件を用いて成長を行う。成長条件の切り替えのタイミングを調整することによって、フラクタル構造体において発現する相転移の性質、例えば強磁性相転移の臨界温度を制御する。制御性を高めるためには、第 1 のフラクタル次元を 2.7 より大きくし、第 2 のフラクタル次元を 2.3 より小さくする。

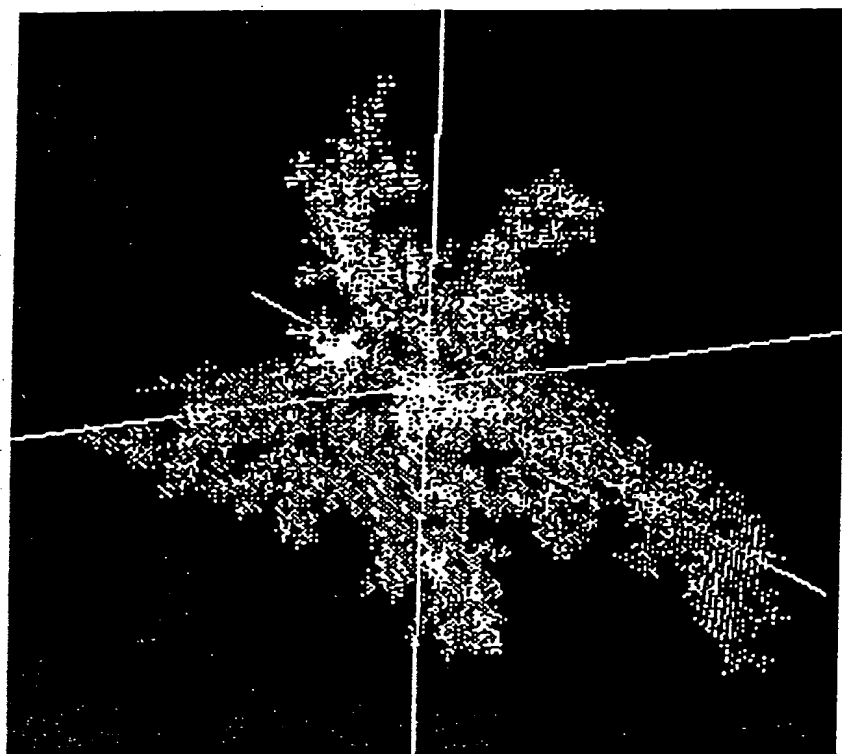
第 1 図



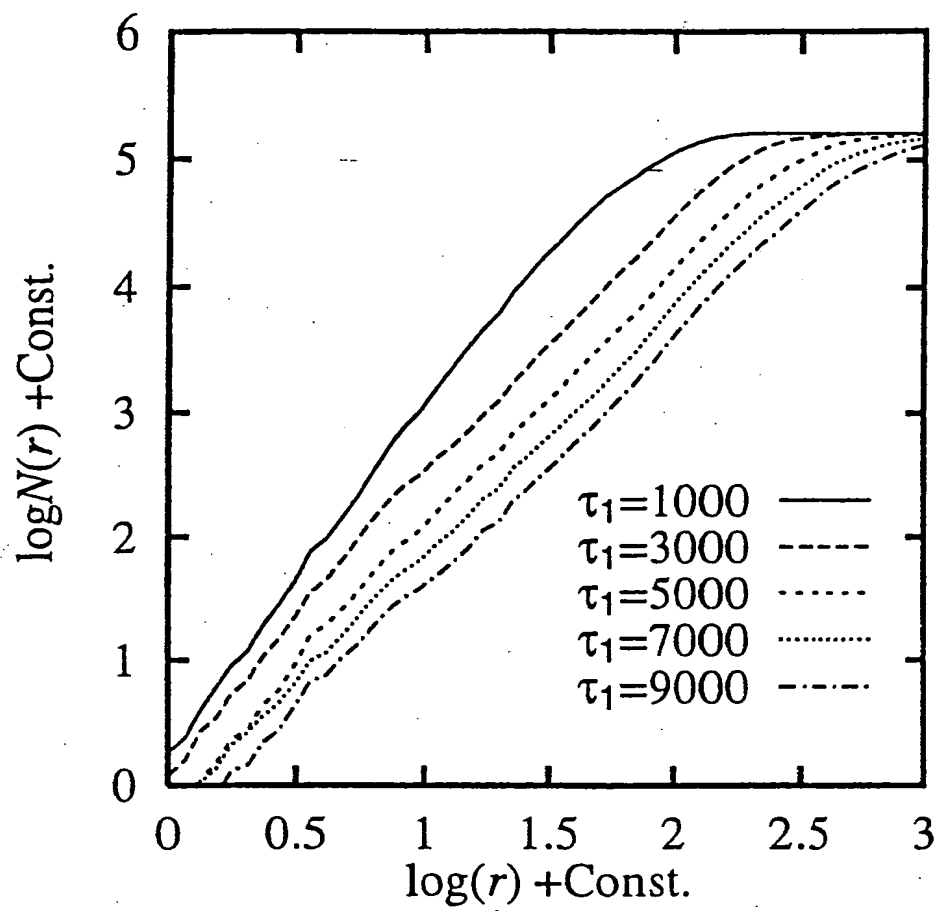
第 2 図



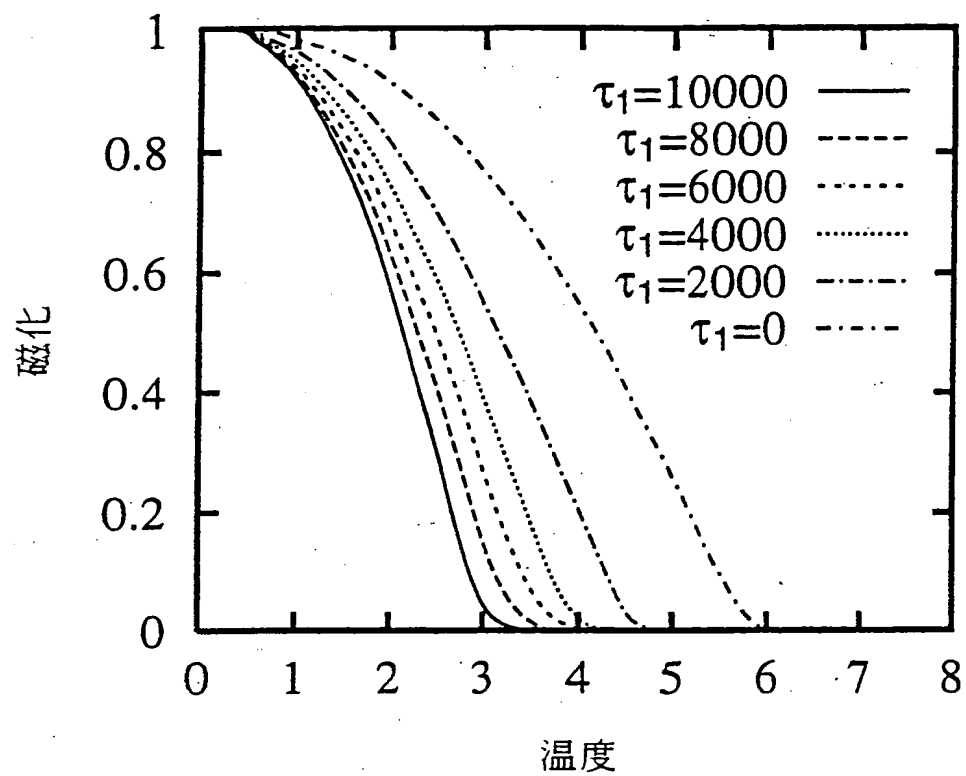
第 3 図



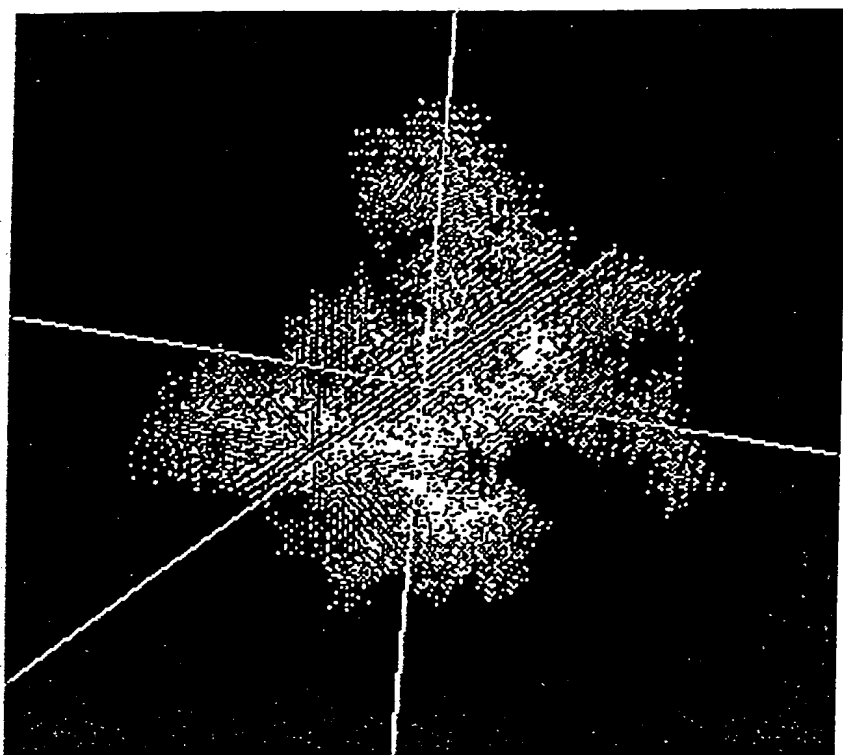
第 4 図



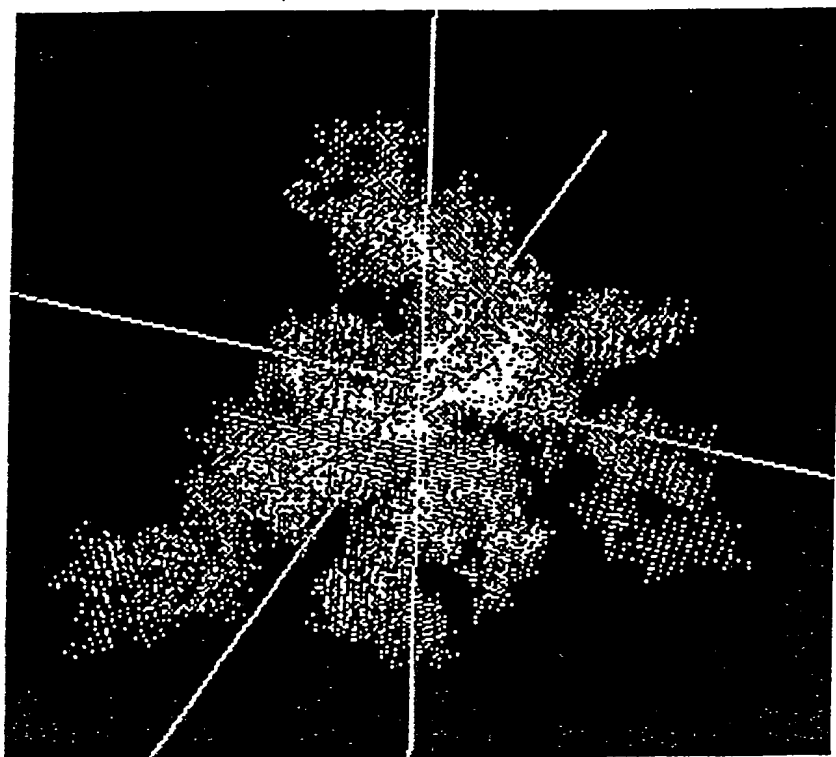
第 5 図



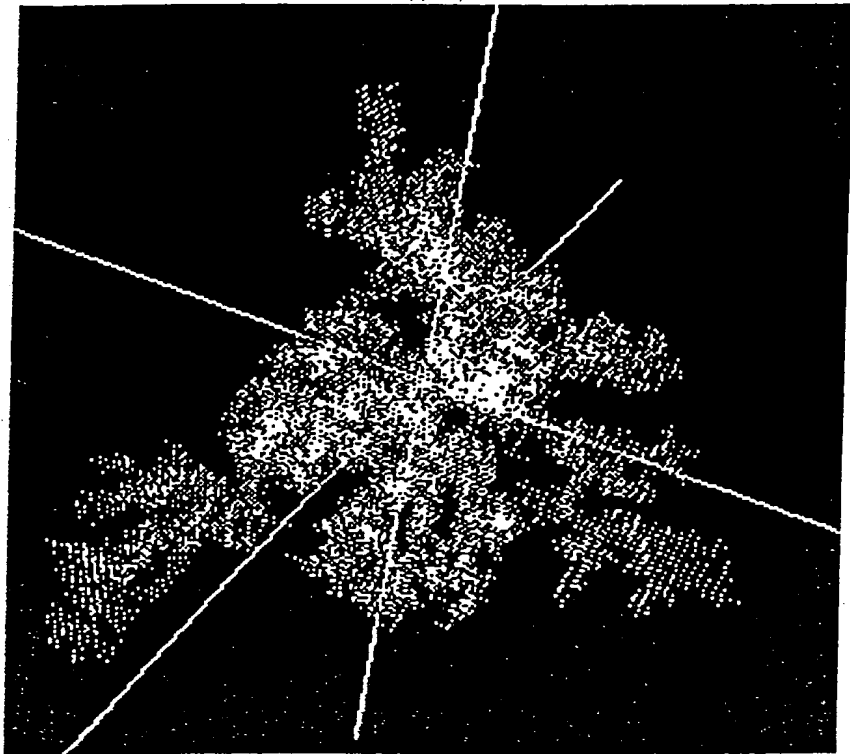
第 6 図



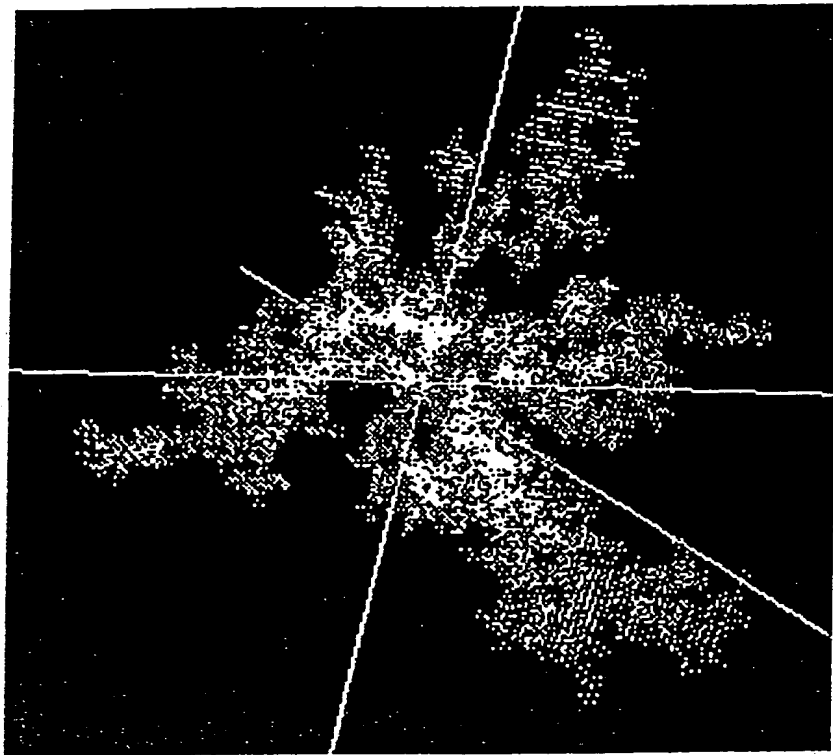
第7図



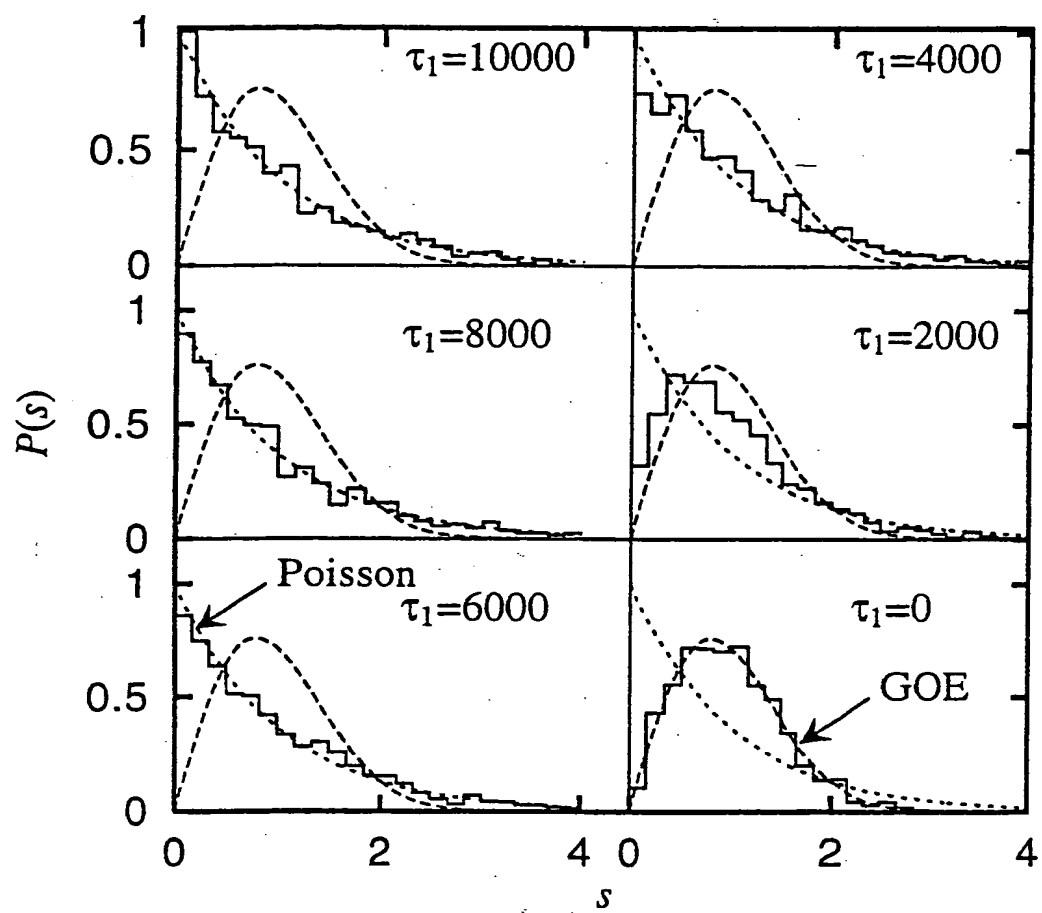
第8図



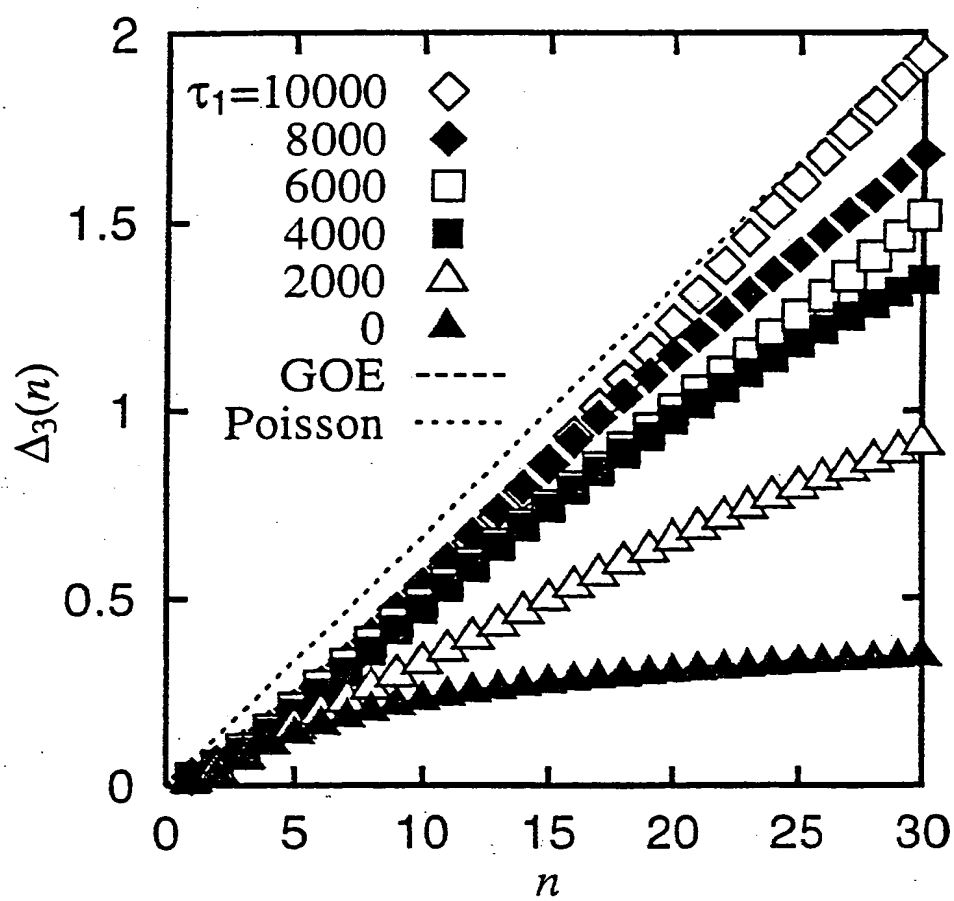
第9図



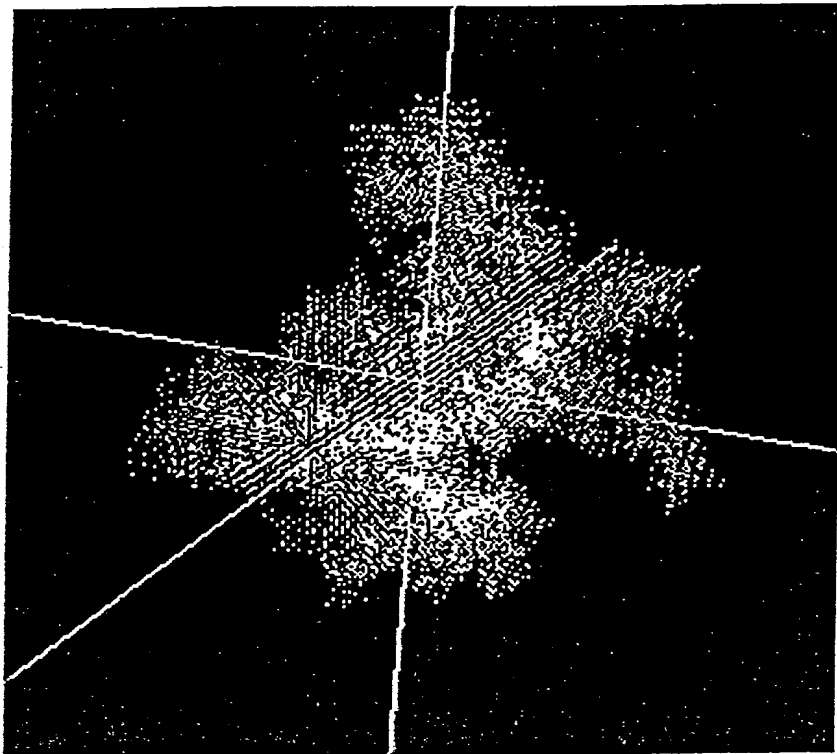
第 1 0 図



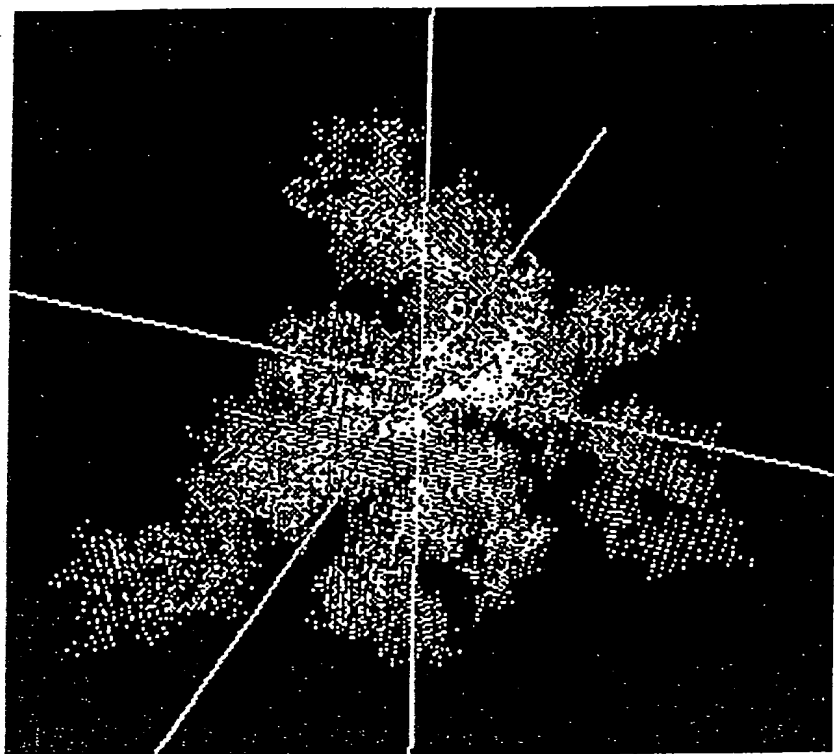
第 1 1 図



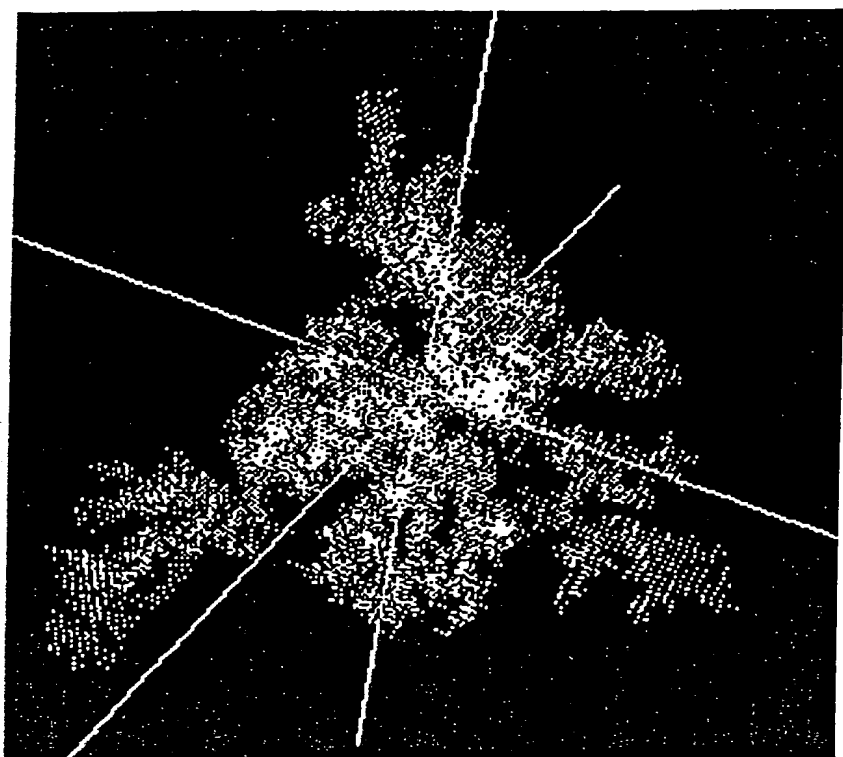
第 1 2 図



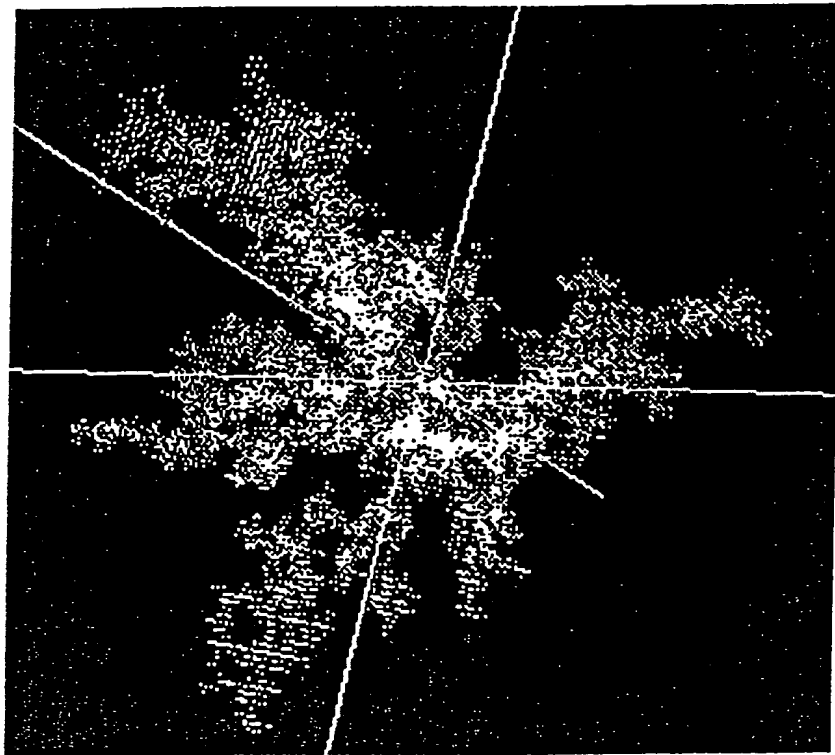
第 1 3 図



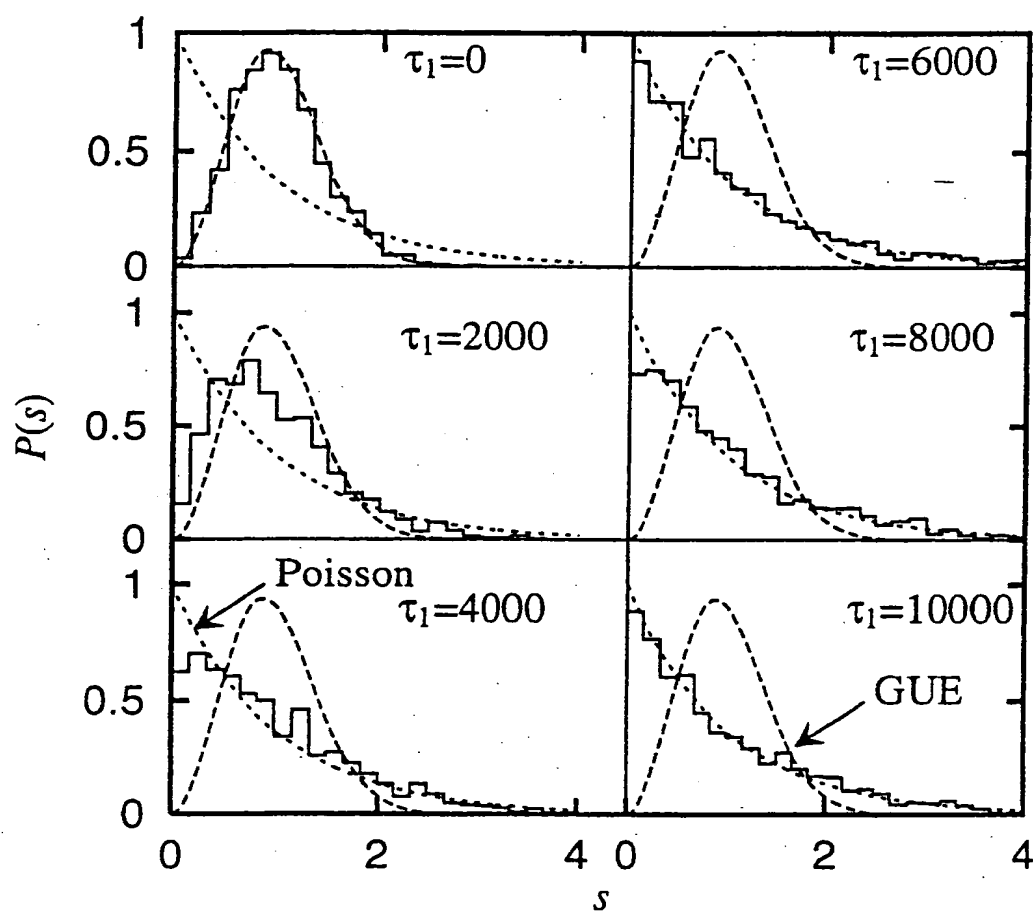
第 1 4 図



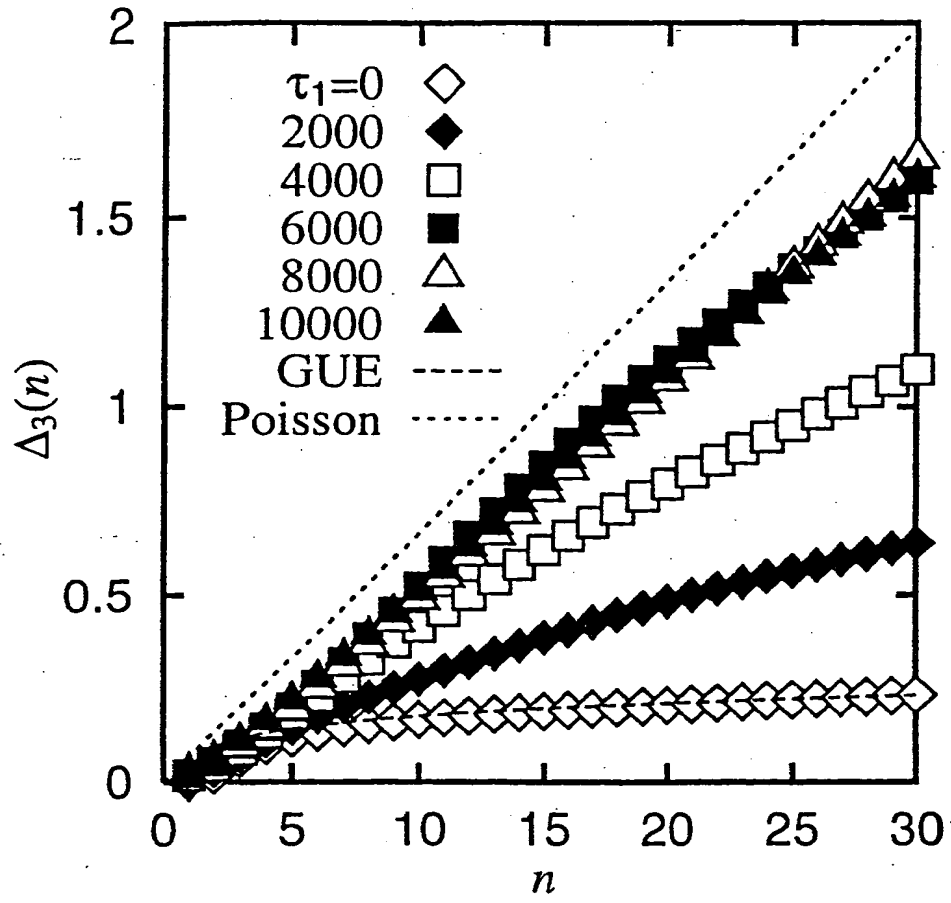
第 1 5 図



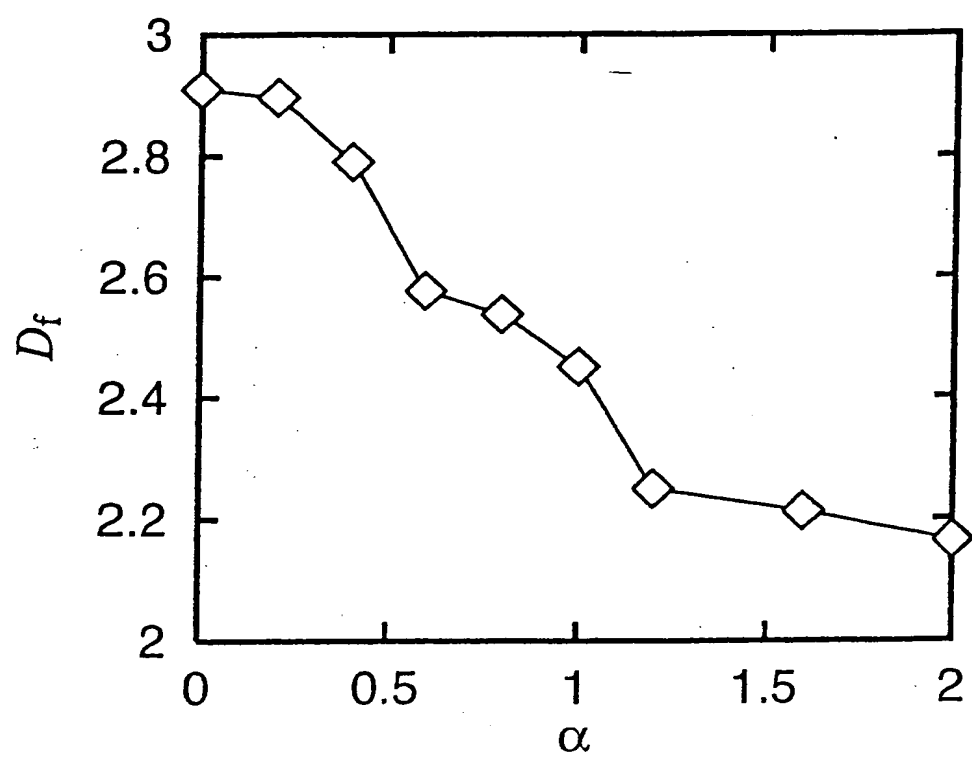
第 1 6 図



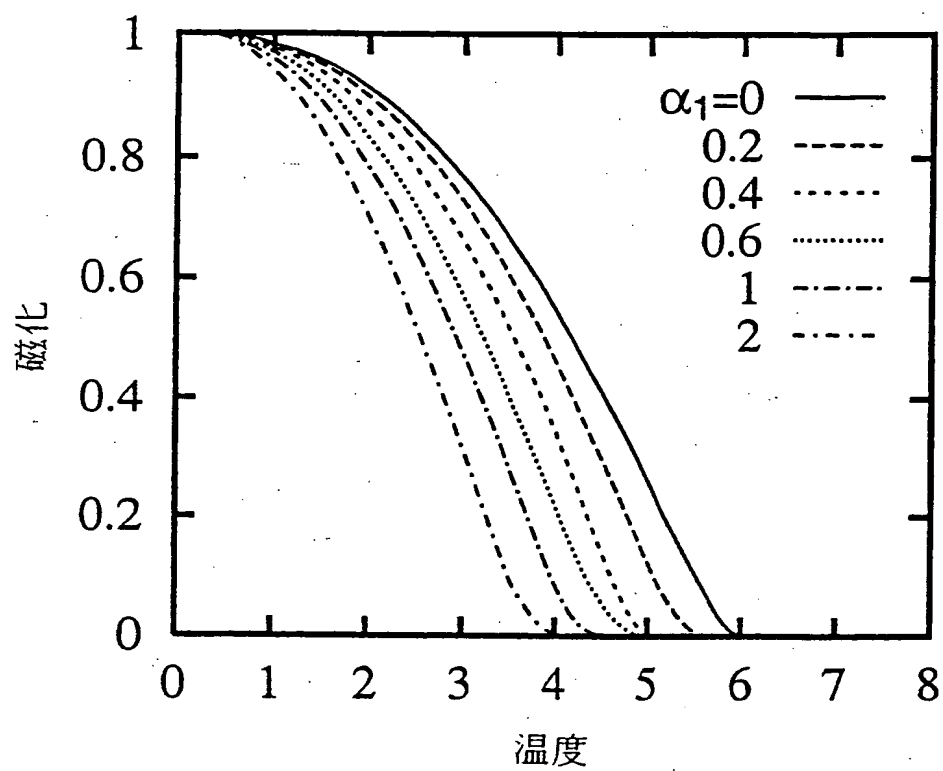
第 1 7 図



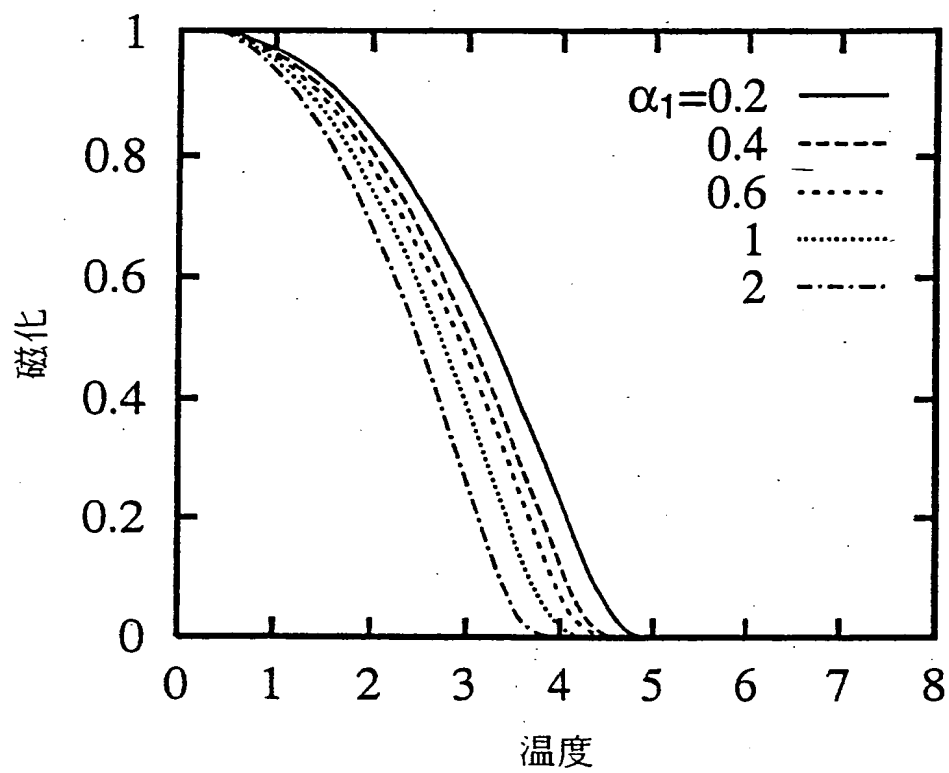
第 18 図



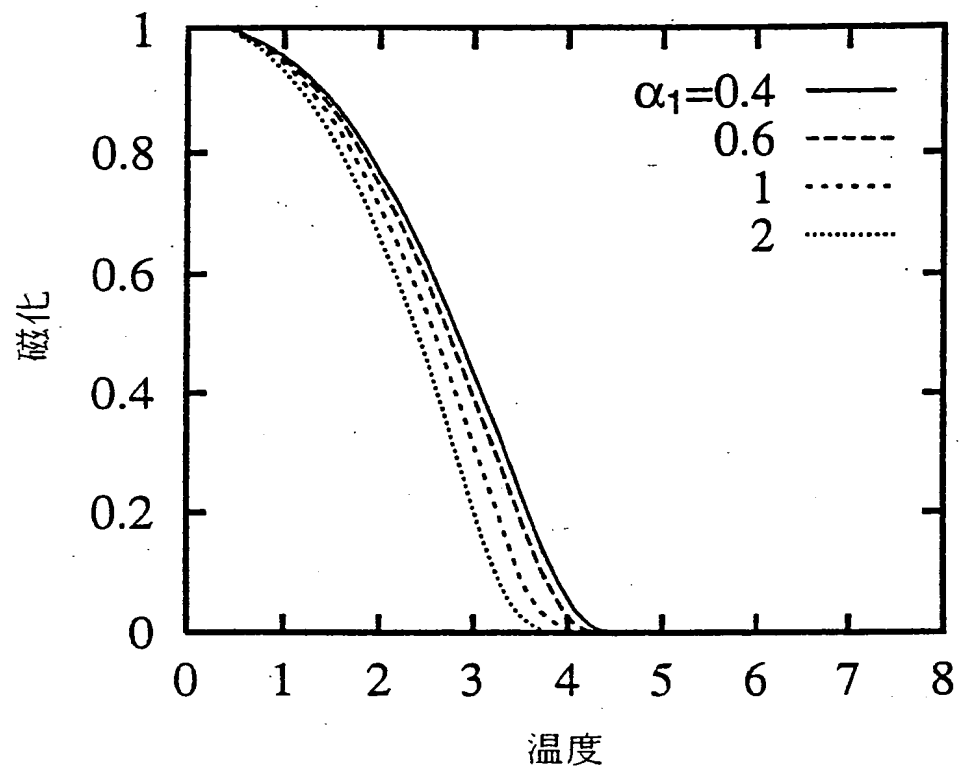
第 1 9 図



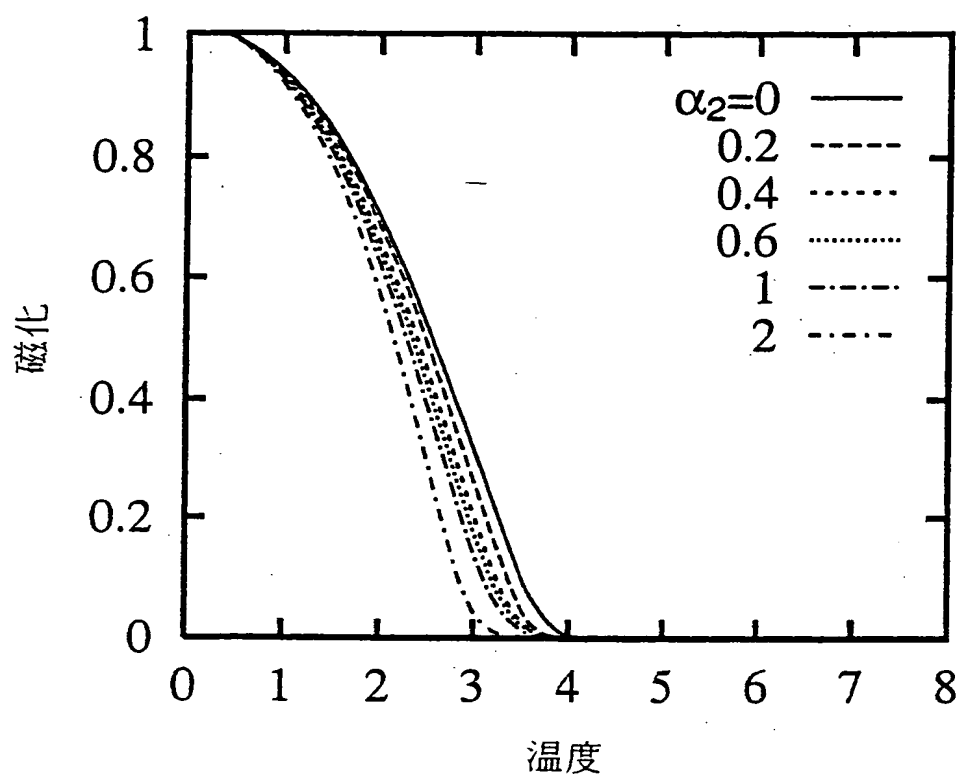
第 2 0 図



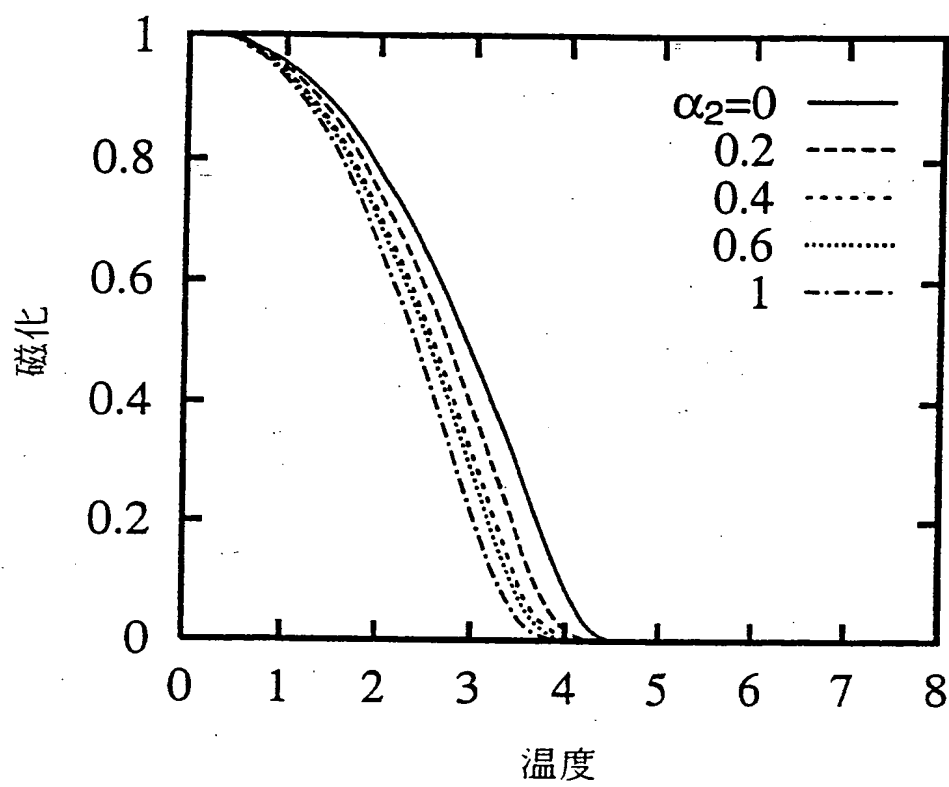
第 2 1 図



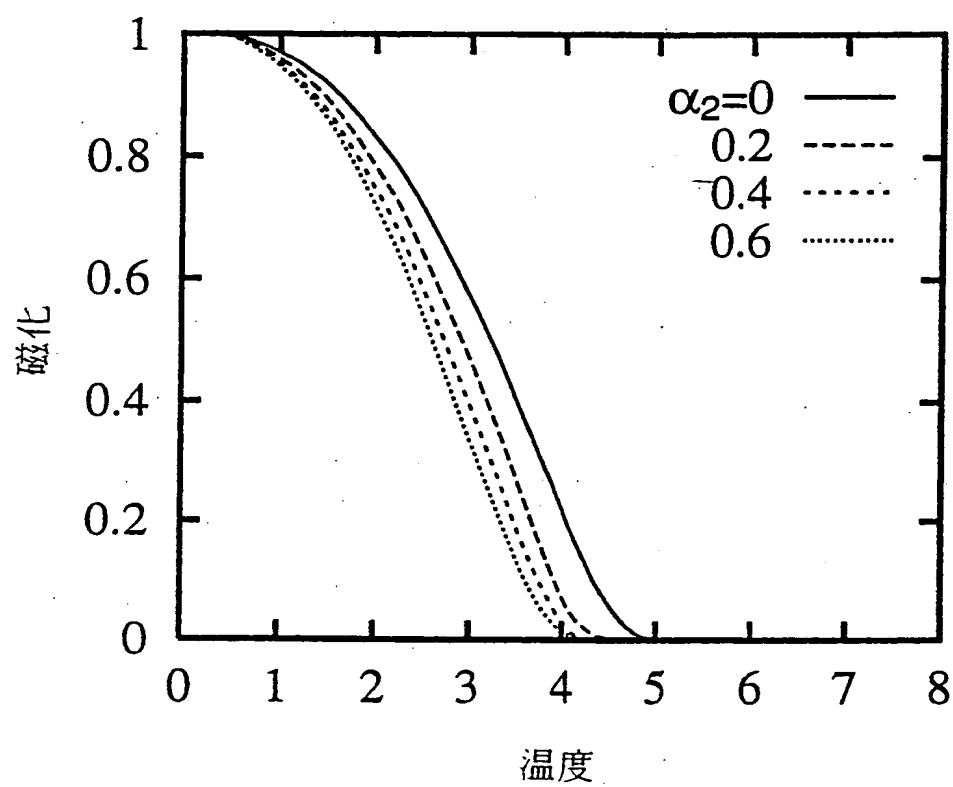
第 2 2 図



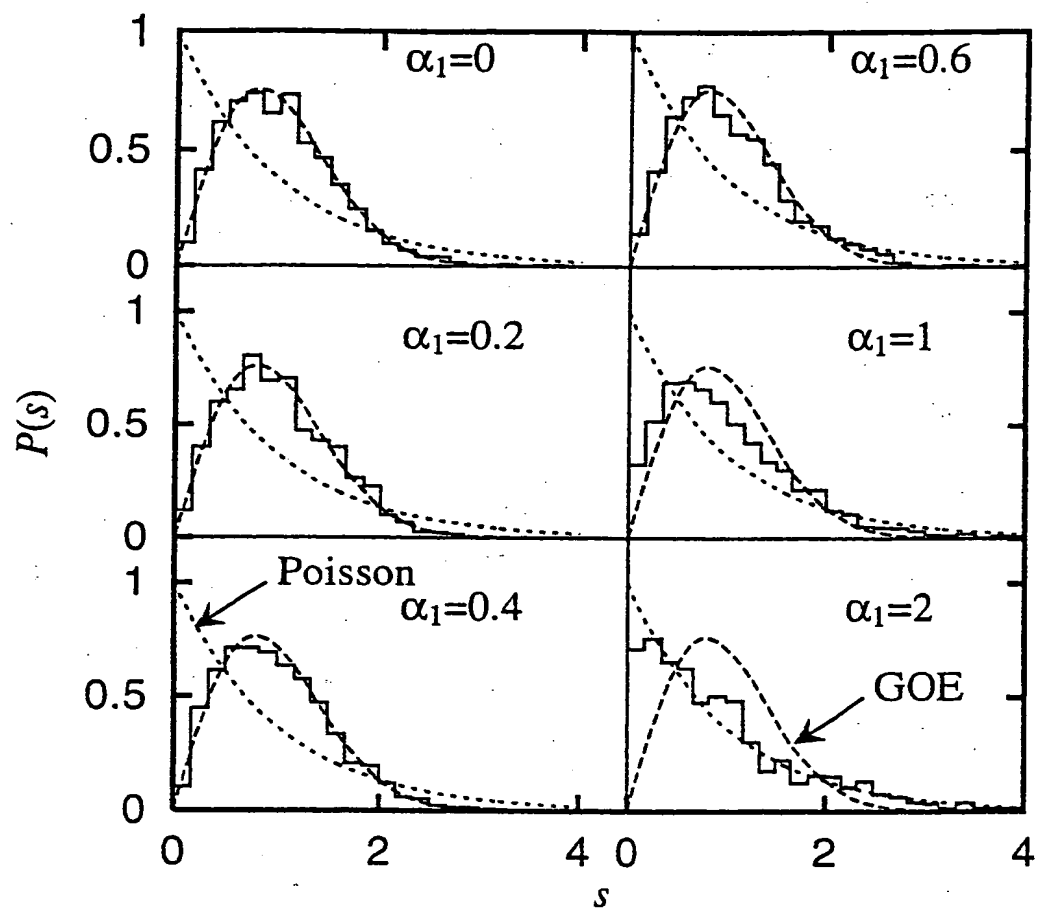
第 2 3 図



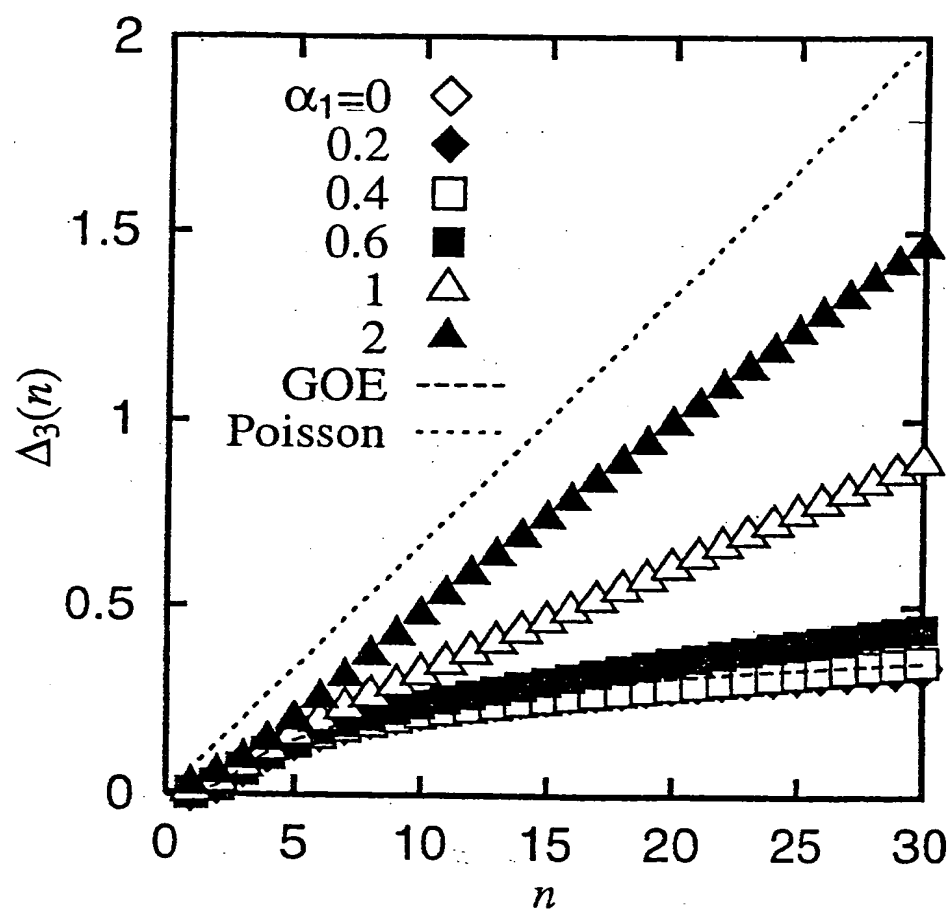
第 2 4 図



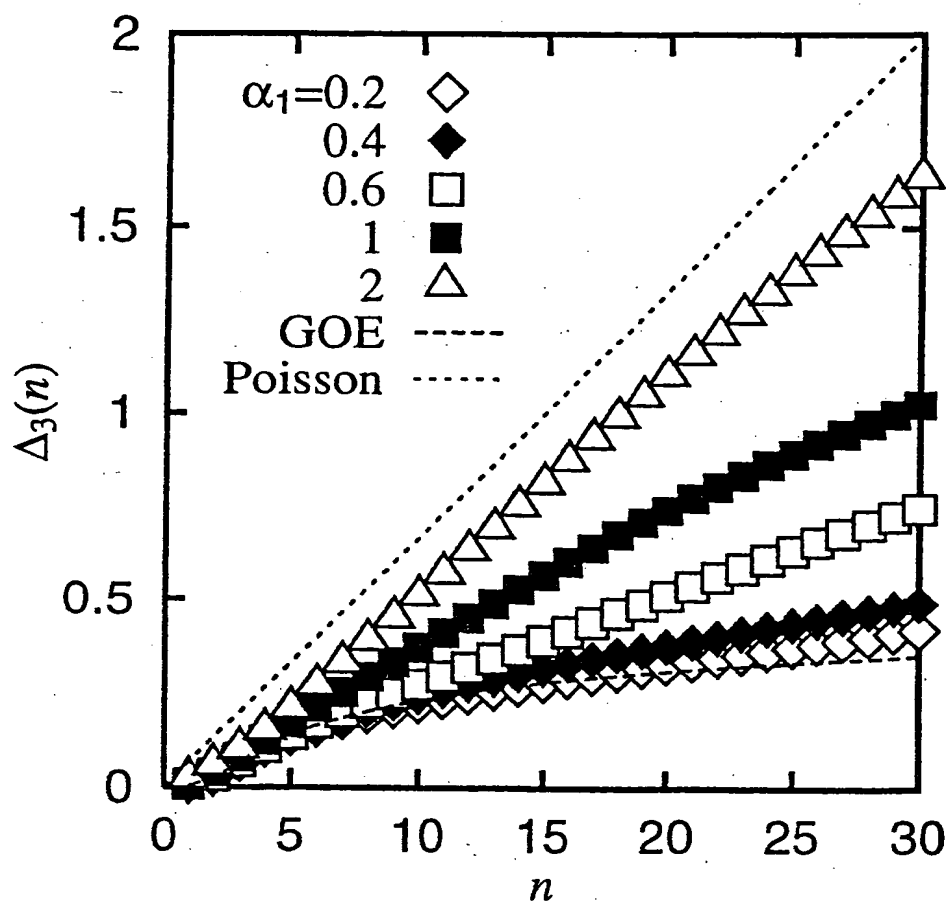
第 2 5 図



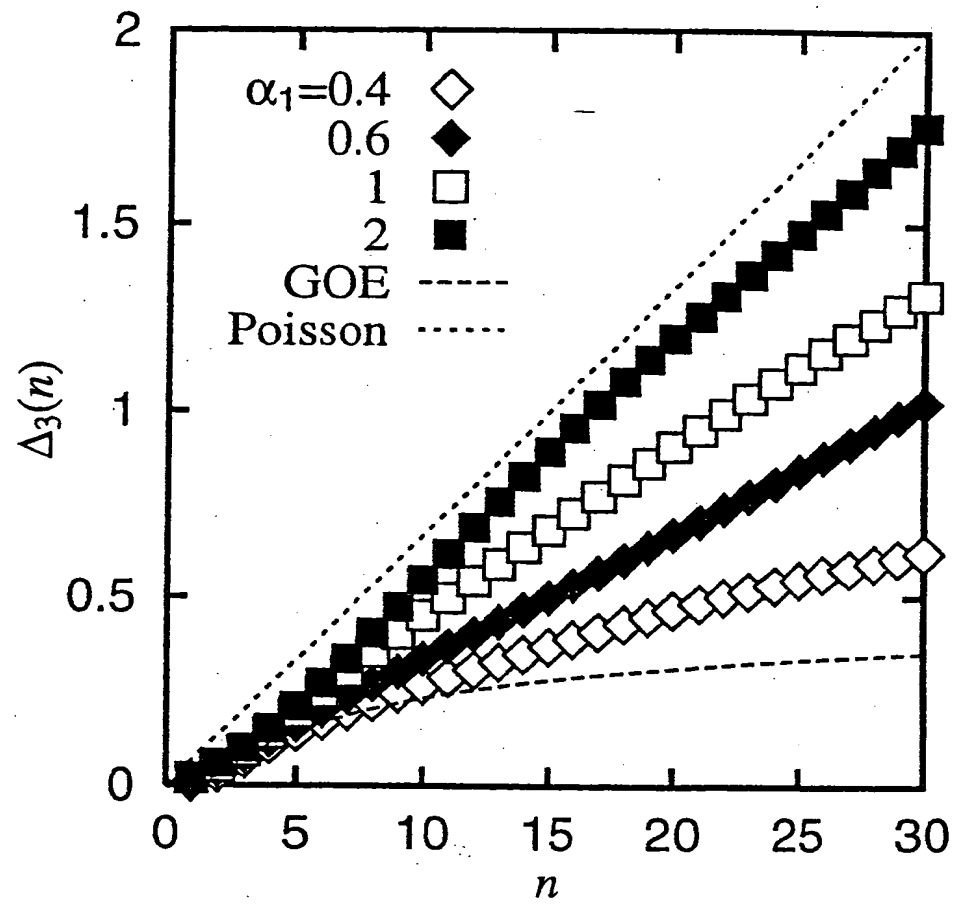
第 2 6 図



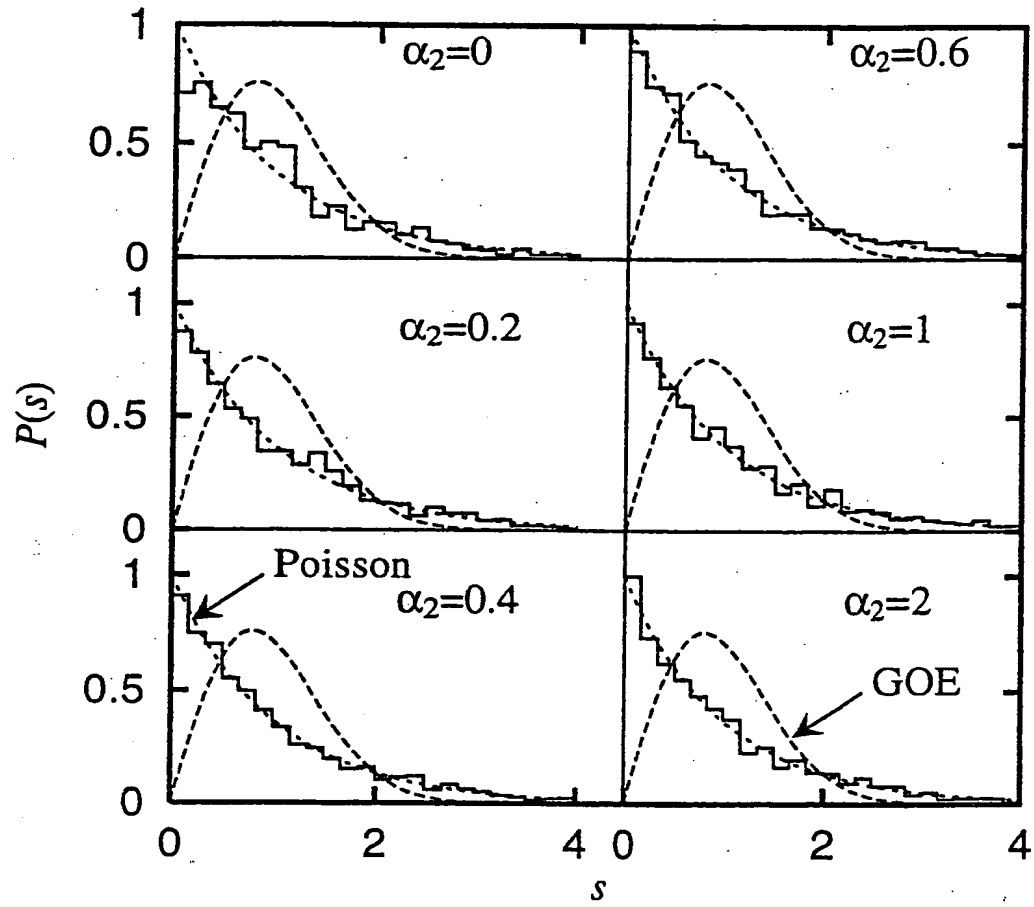
第 2 7 図



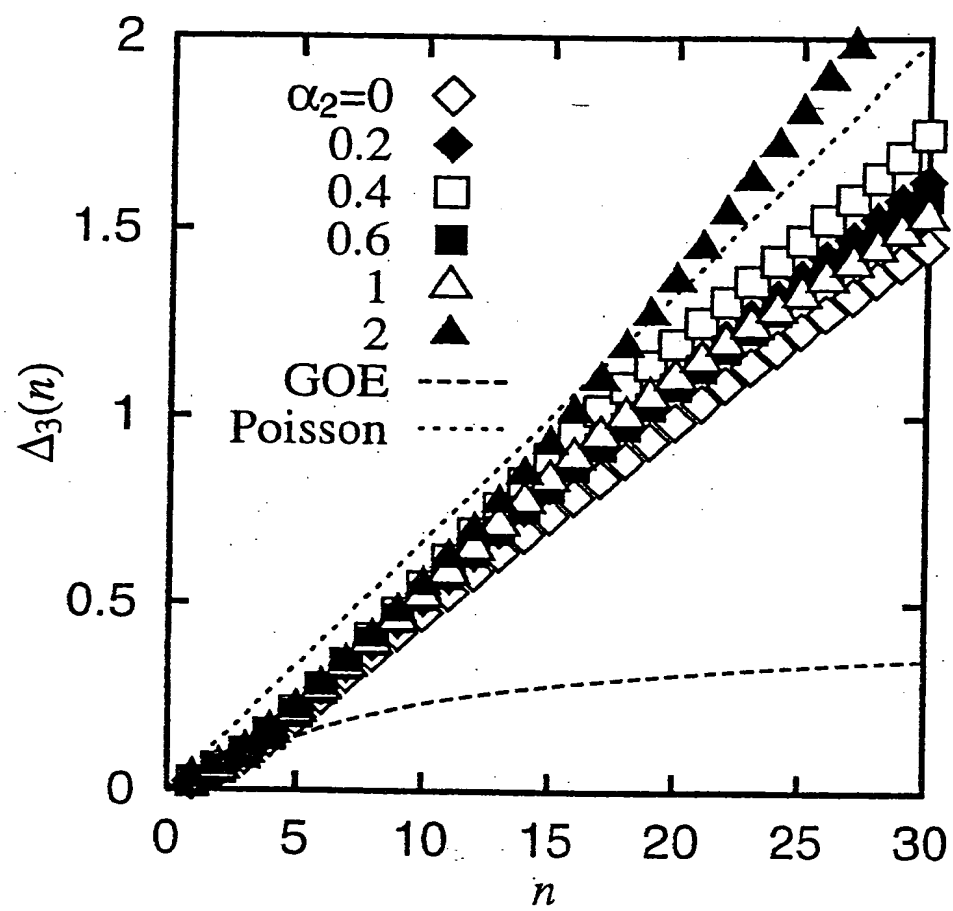
第 2 8 図



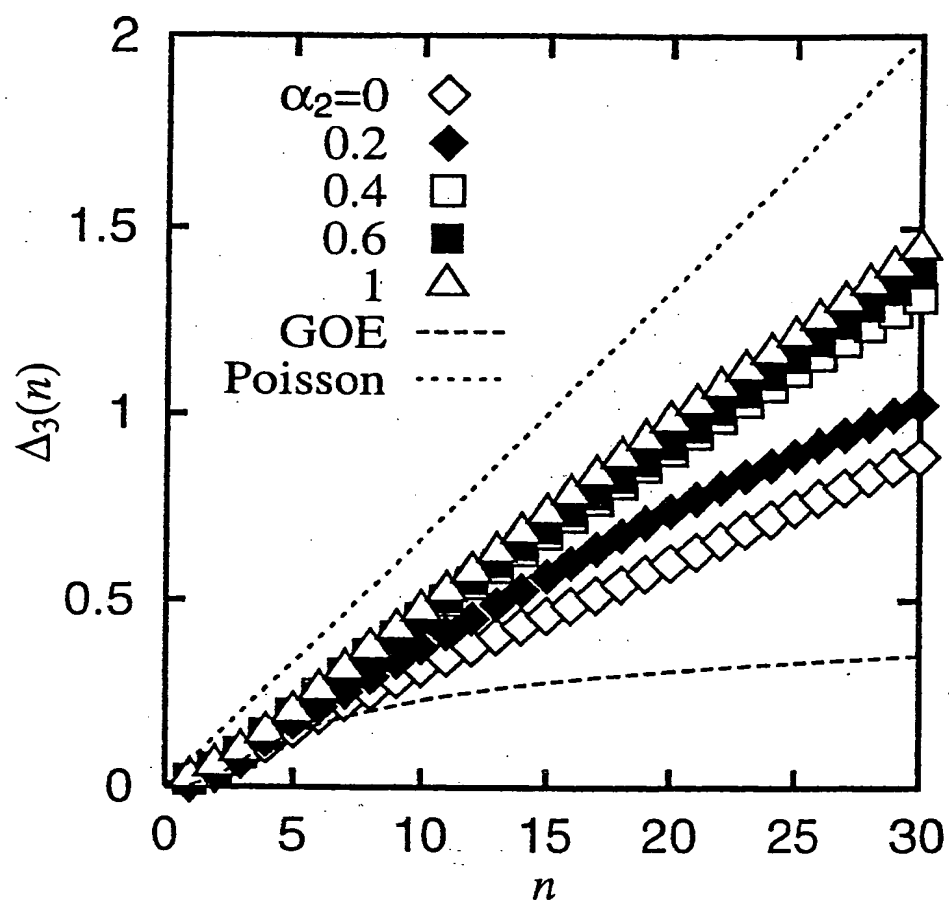
第 2 9 図



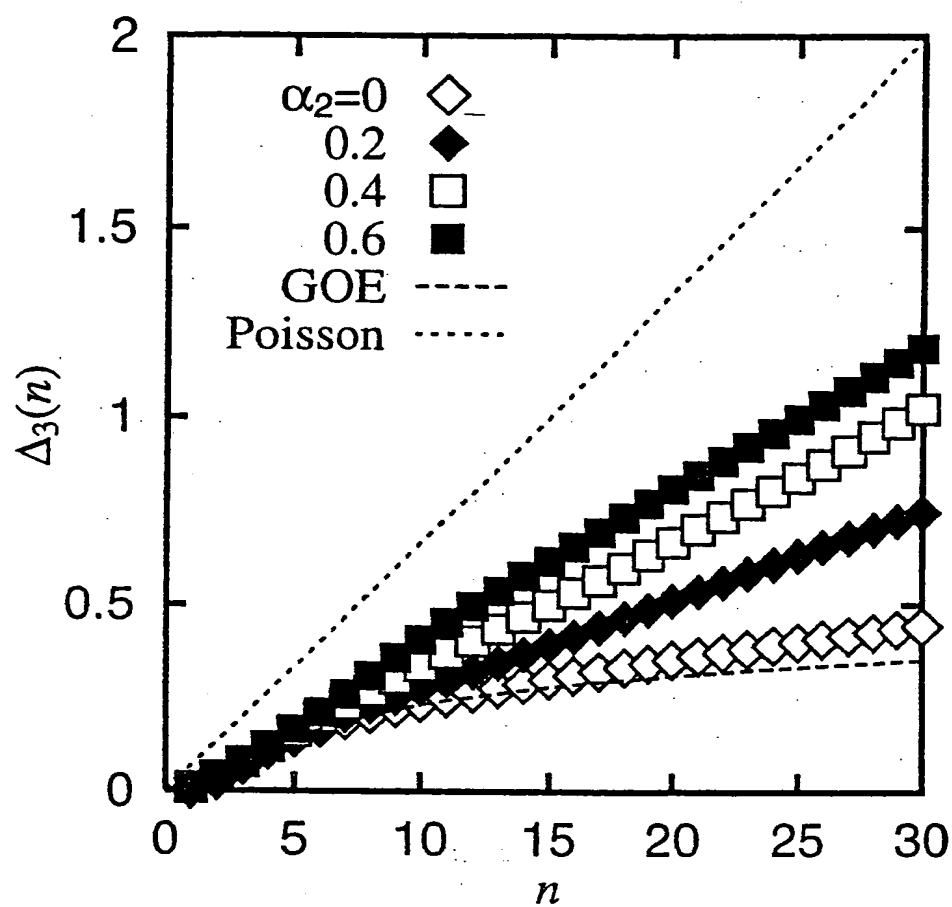
第 3 0 図



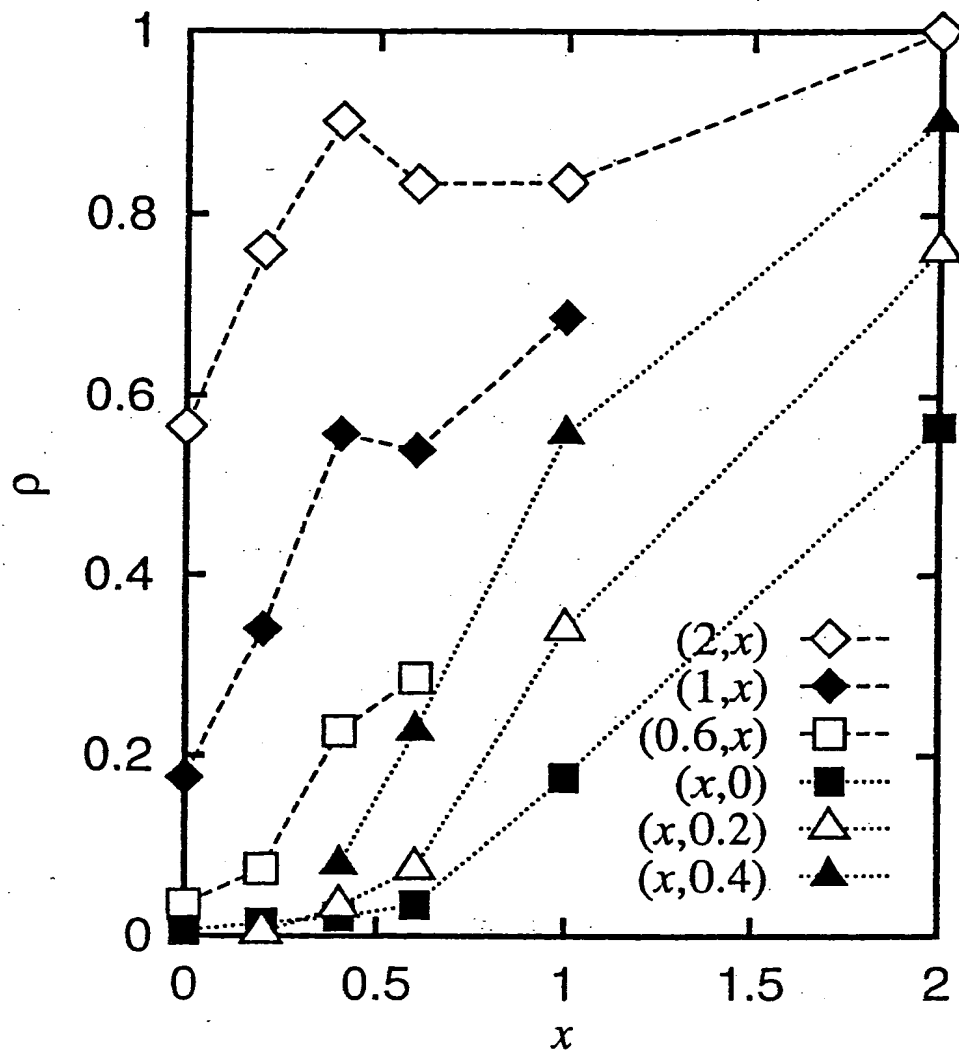
第 3 1 図



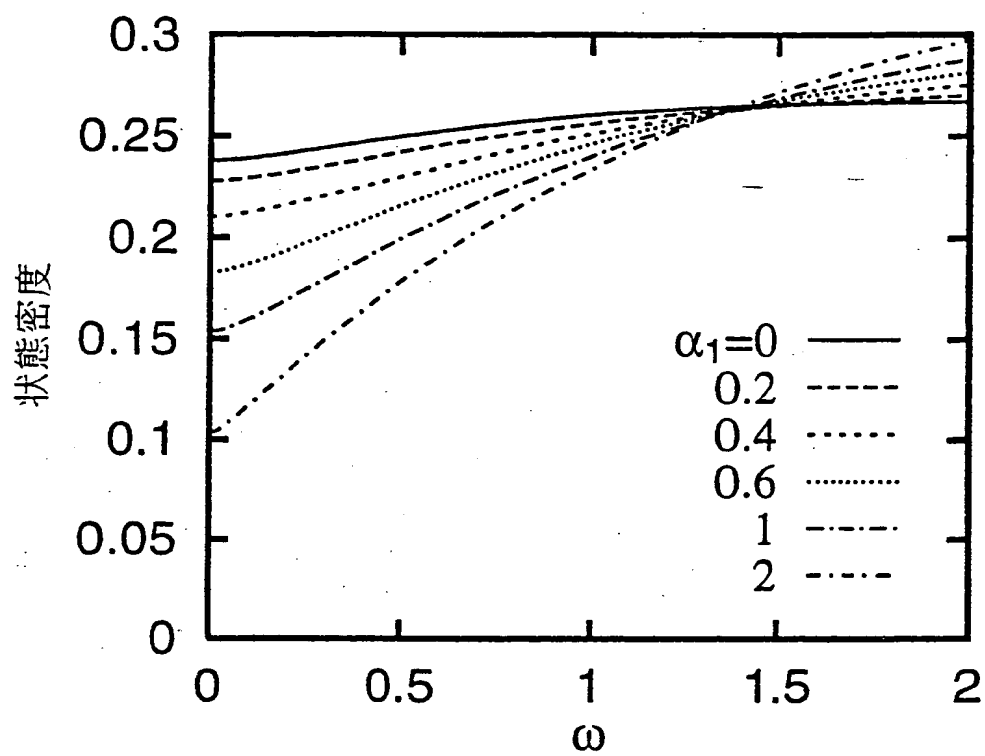
第 3 2 図



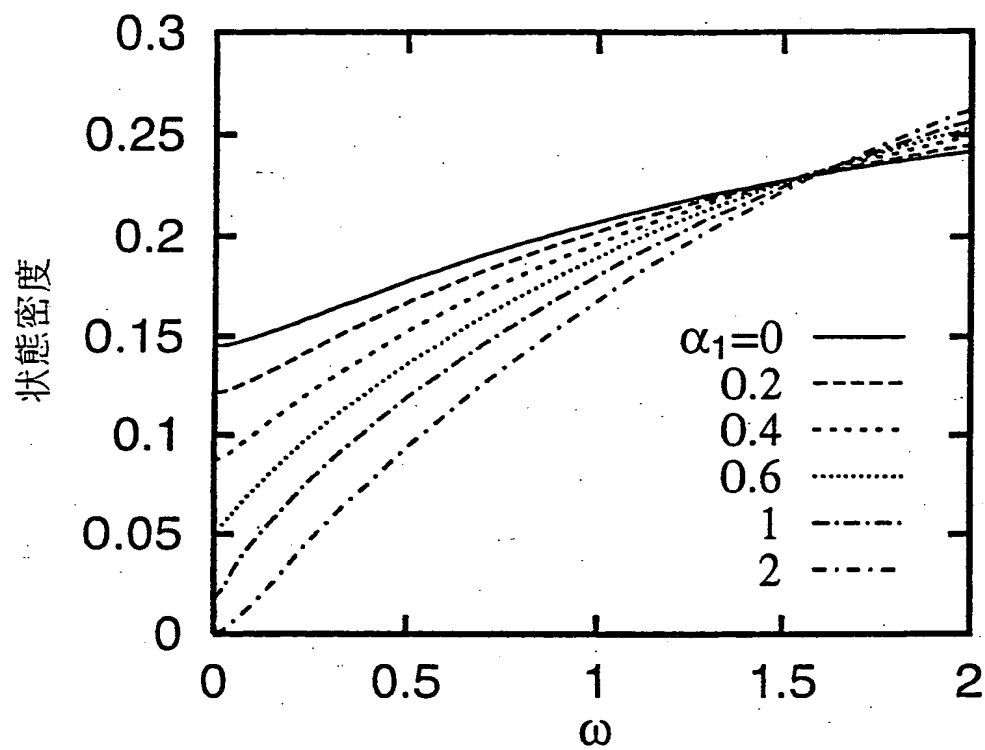
第 3 3 図



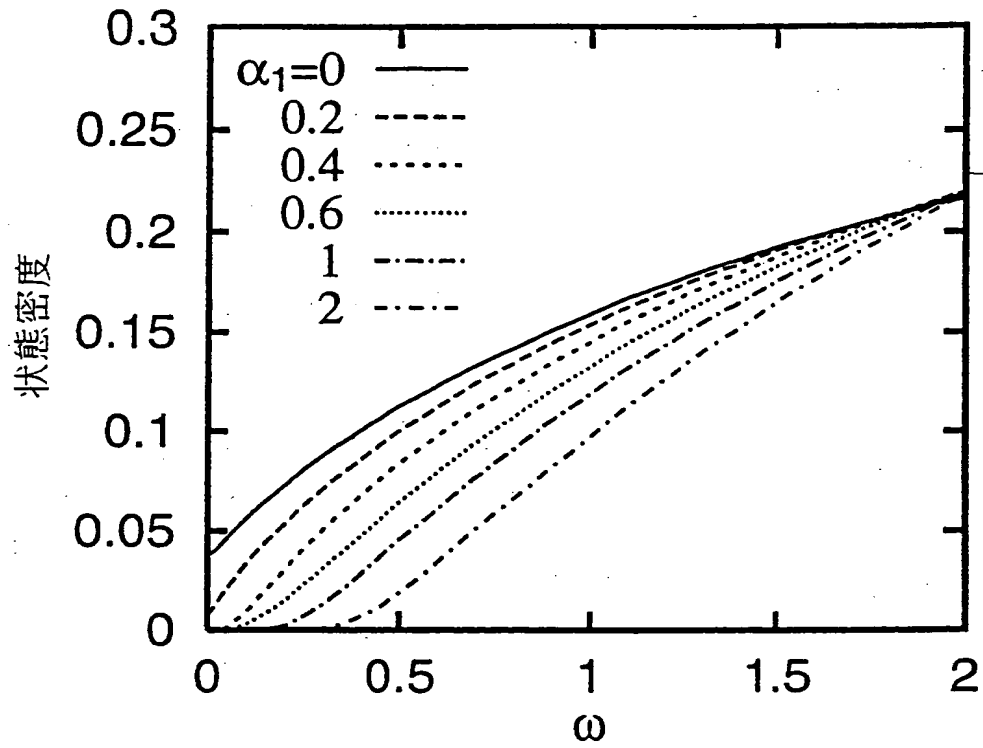
第 3 4 図



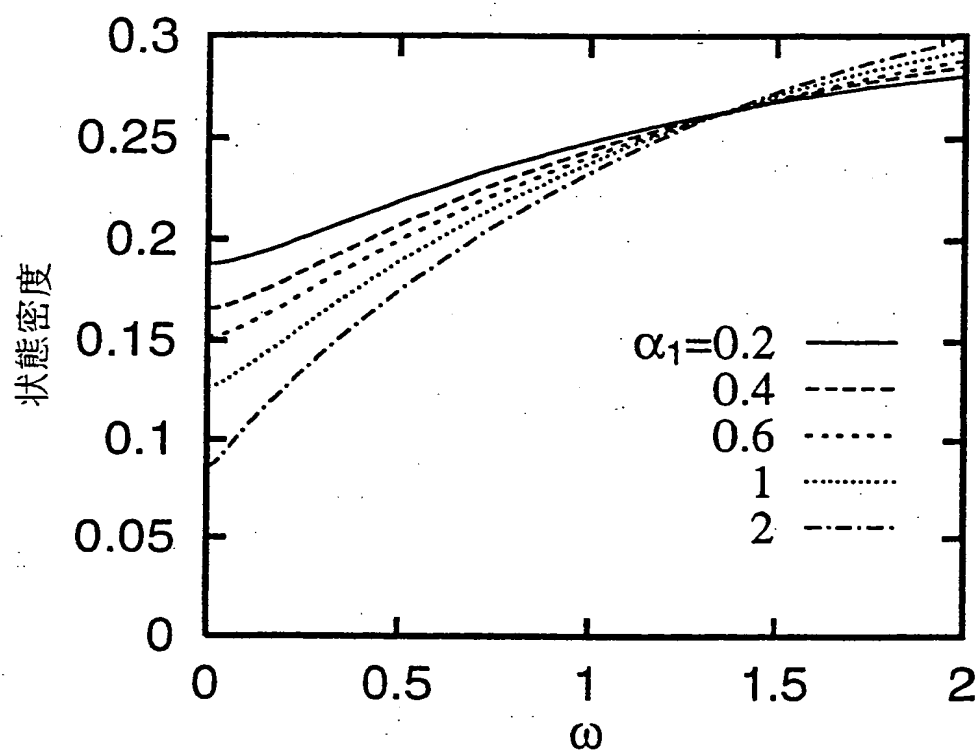
第 3 5 図



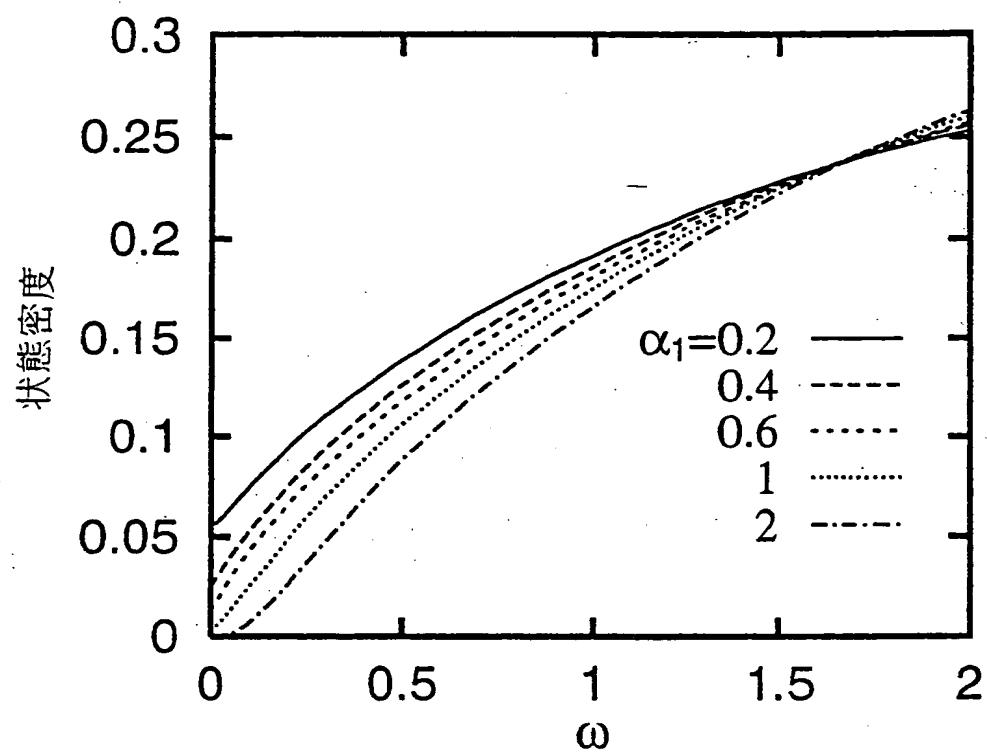
第 3 6 図



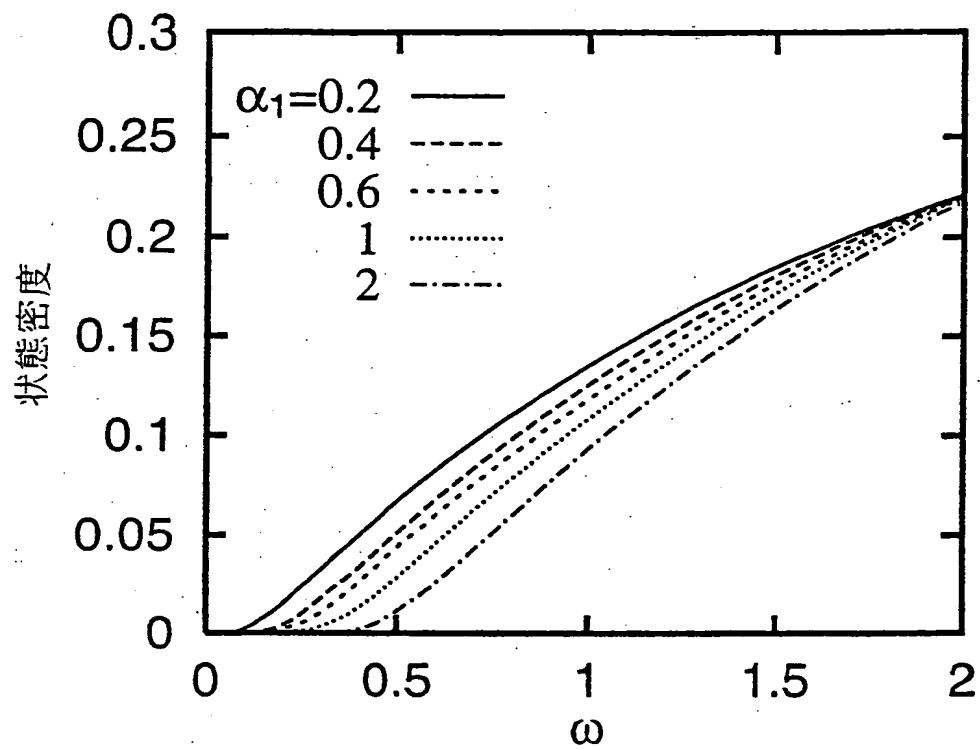
第 3 7 図



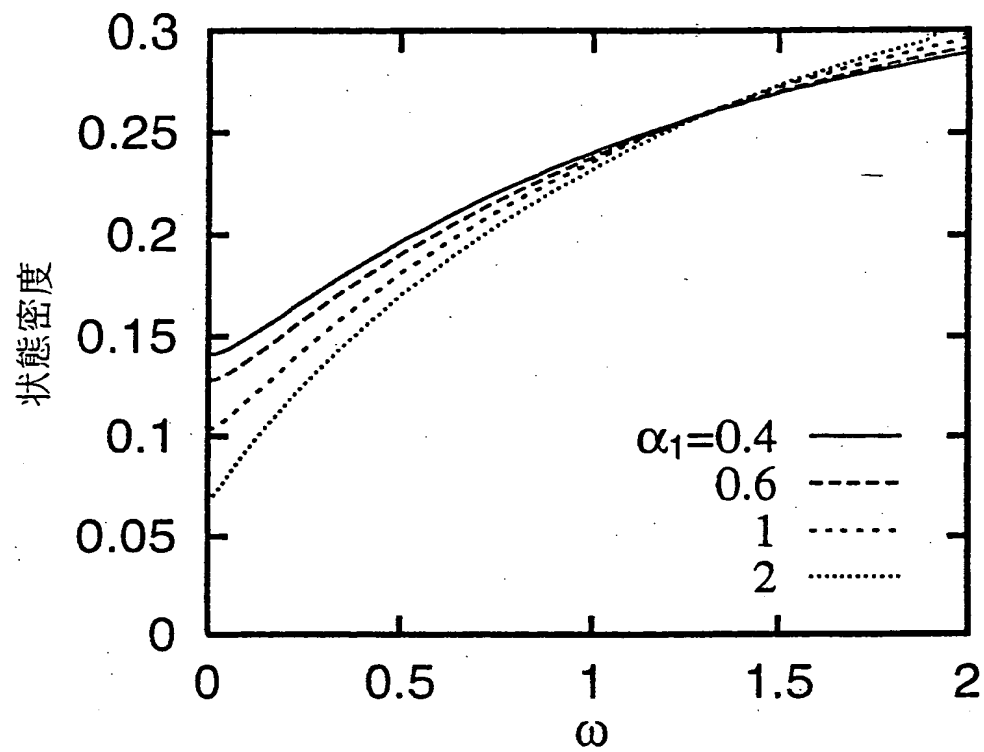
第 3 8 図



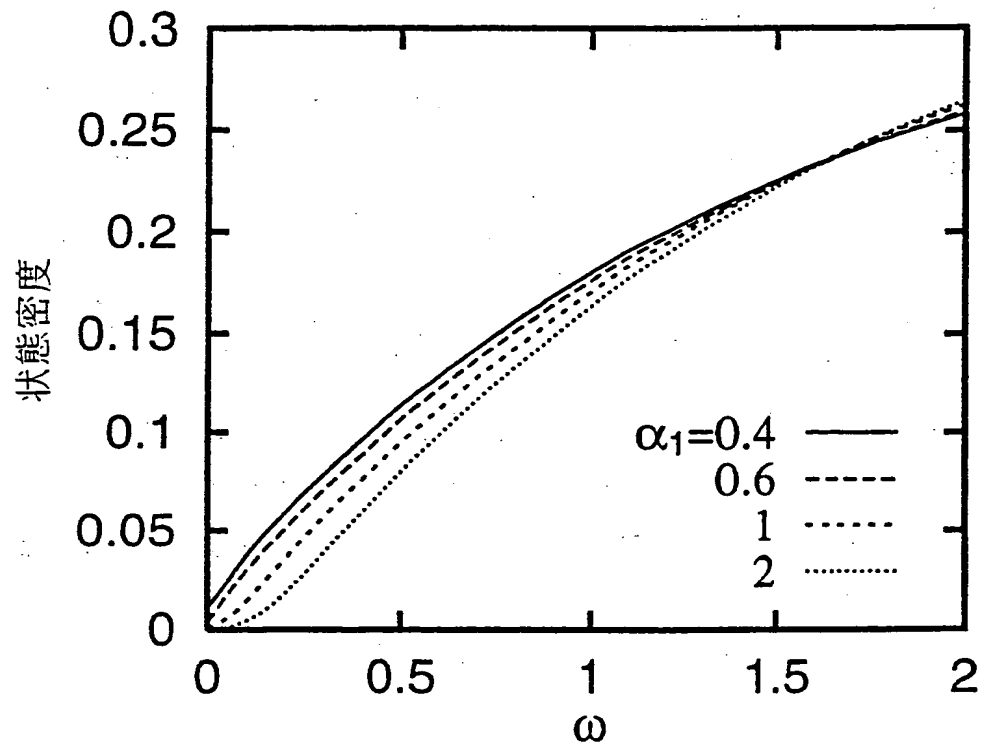
第 3 9 図



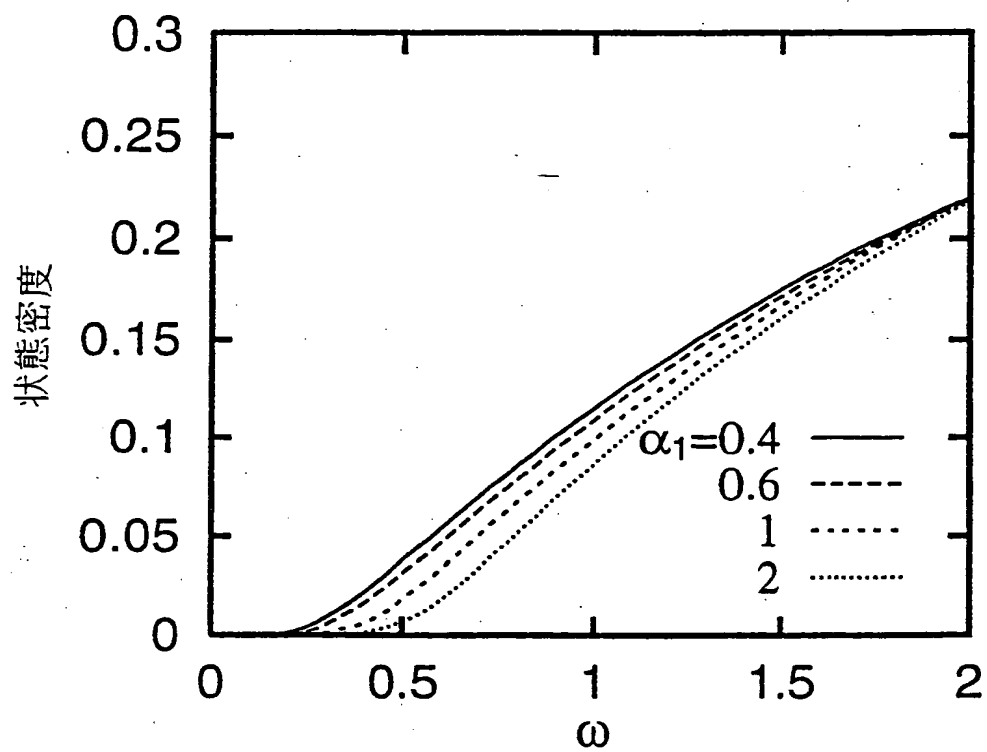
第 4 0 図



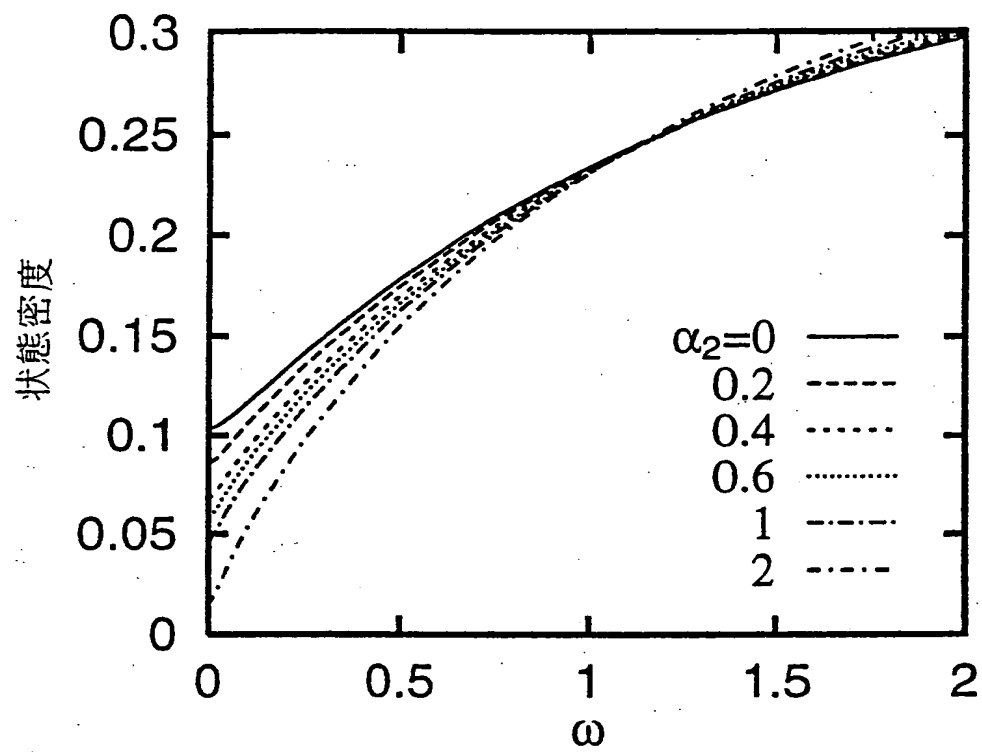
第 4 1 図



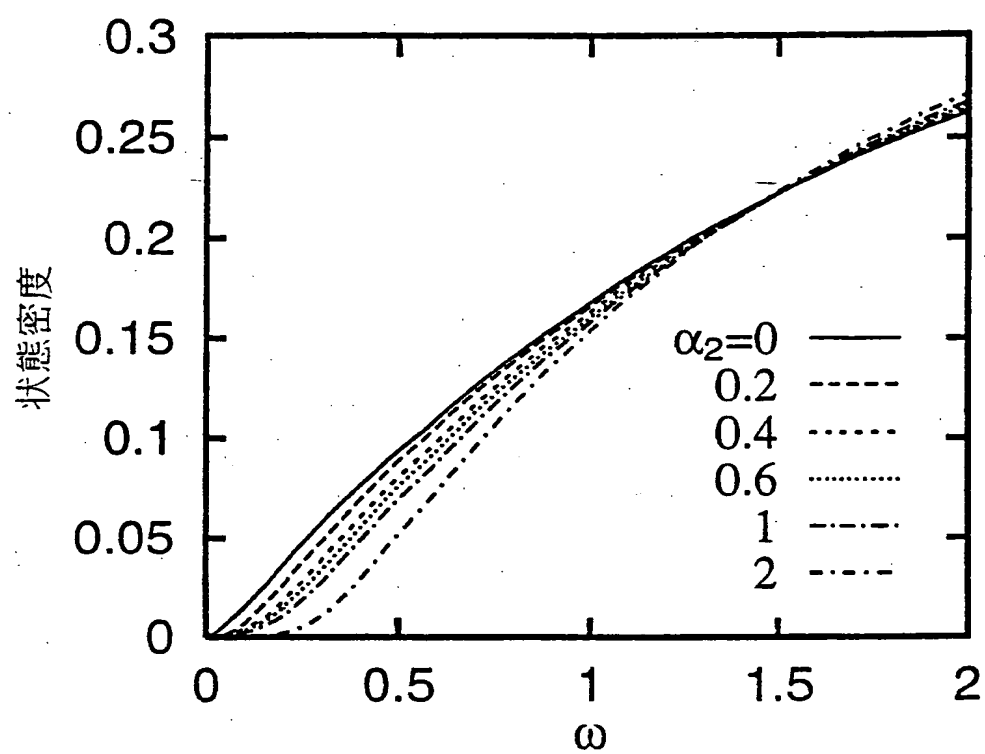
第 4 2 図



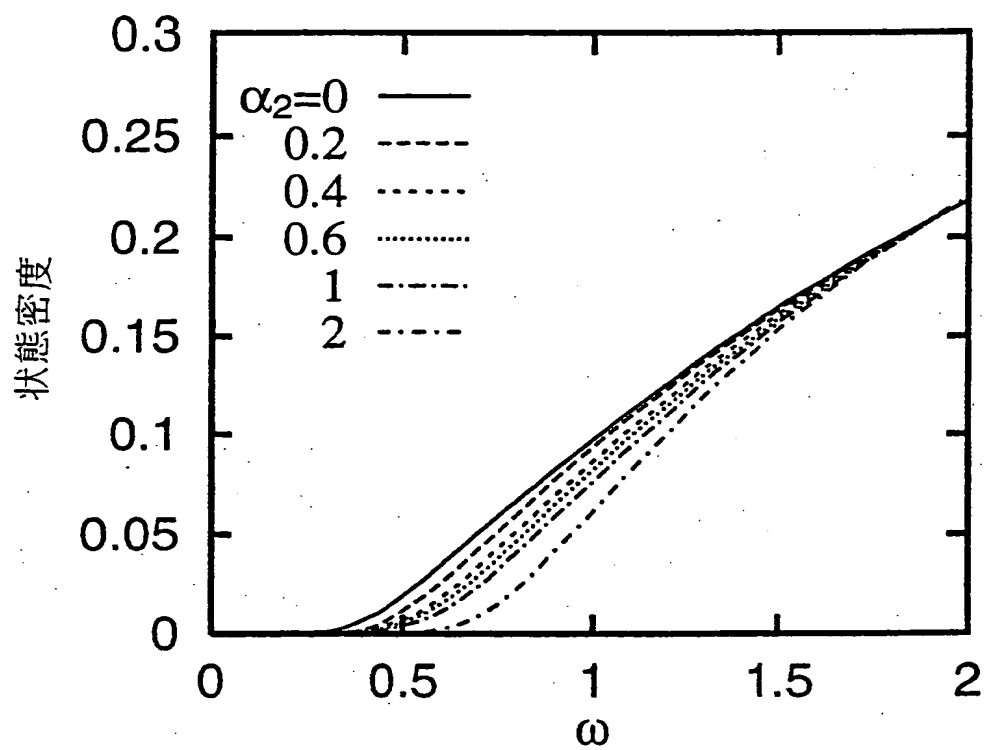
第 4 3 図



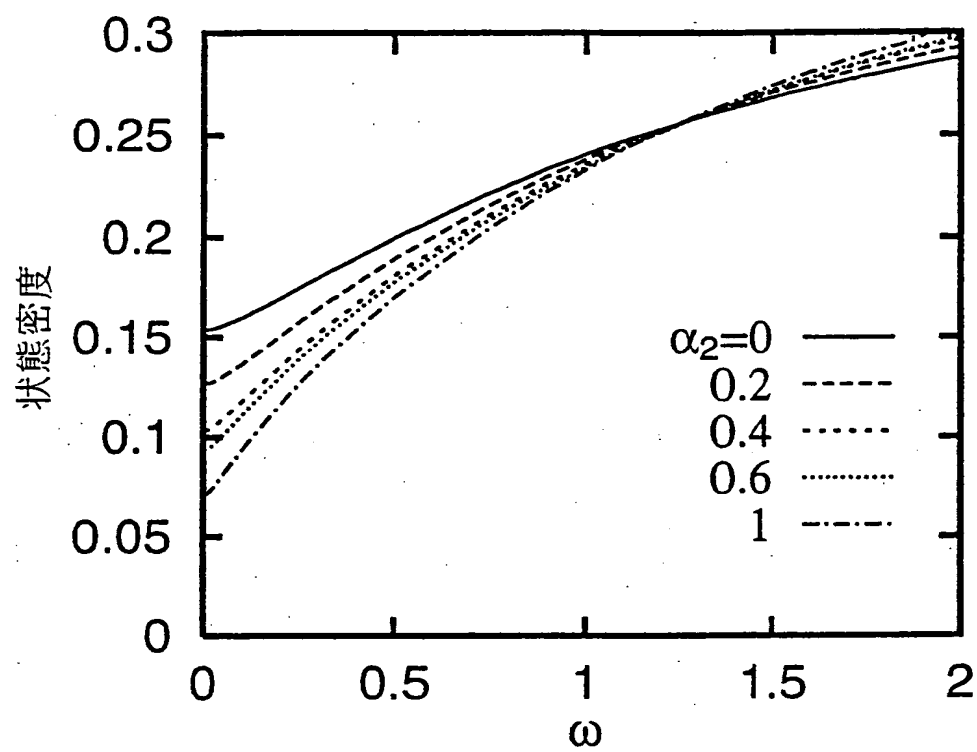
第 4 4 図



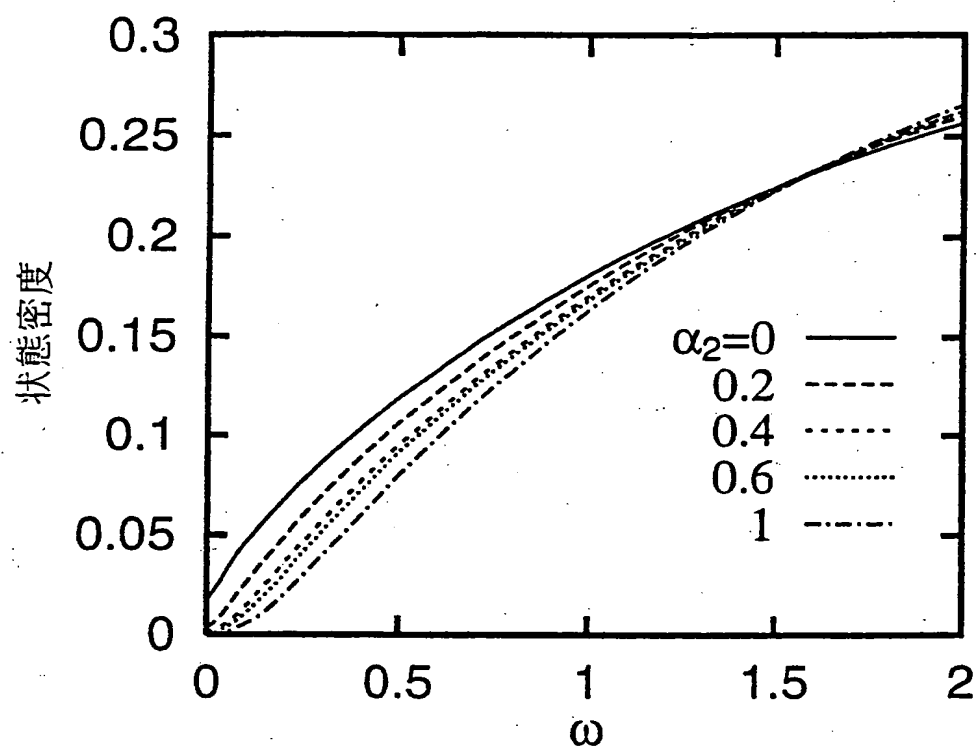
第 4 5 図



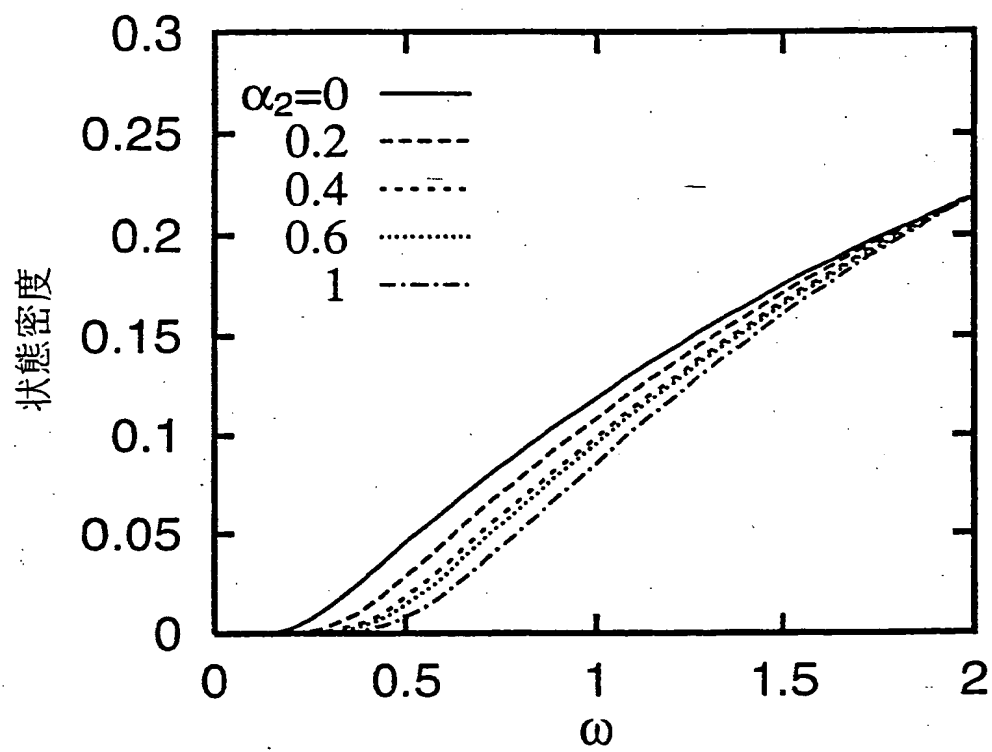
第 4 6 図



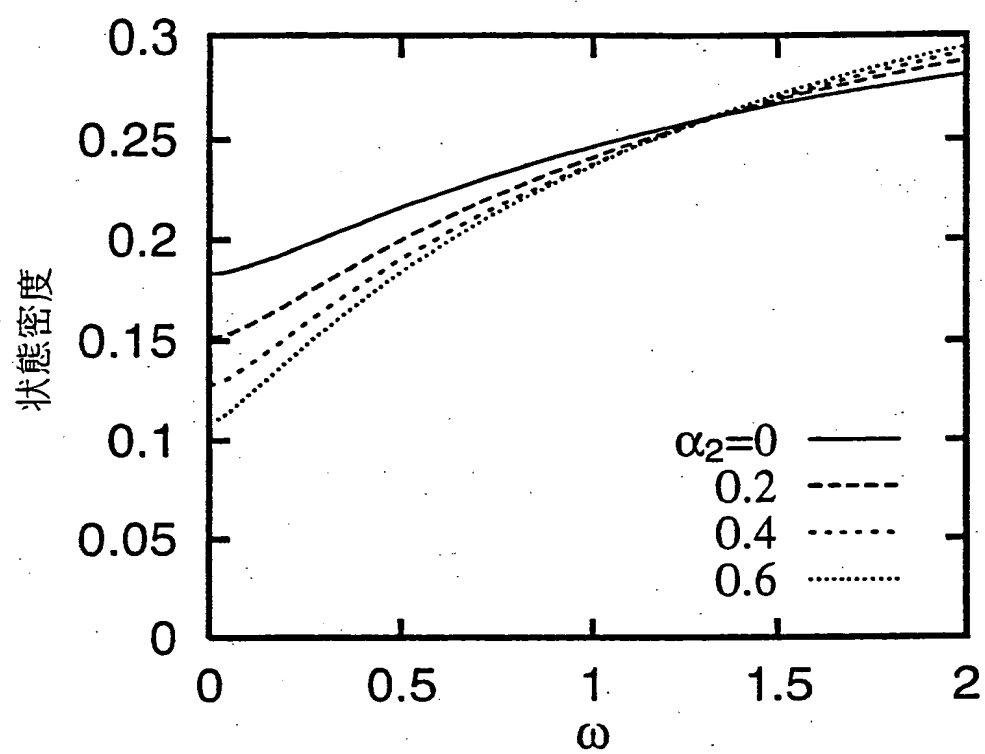
第 4 7 図



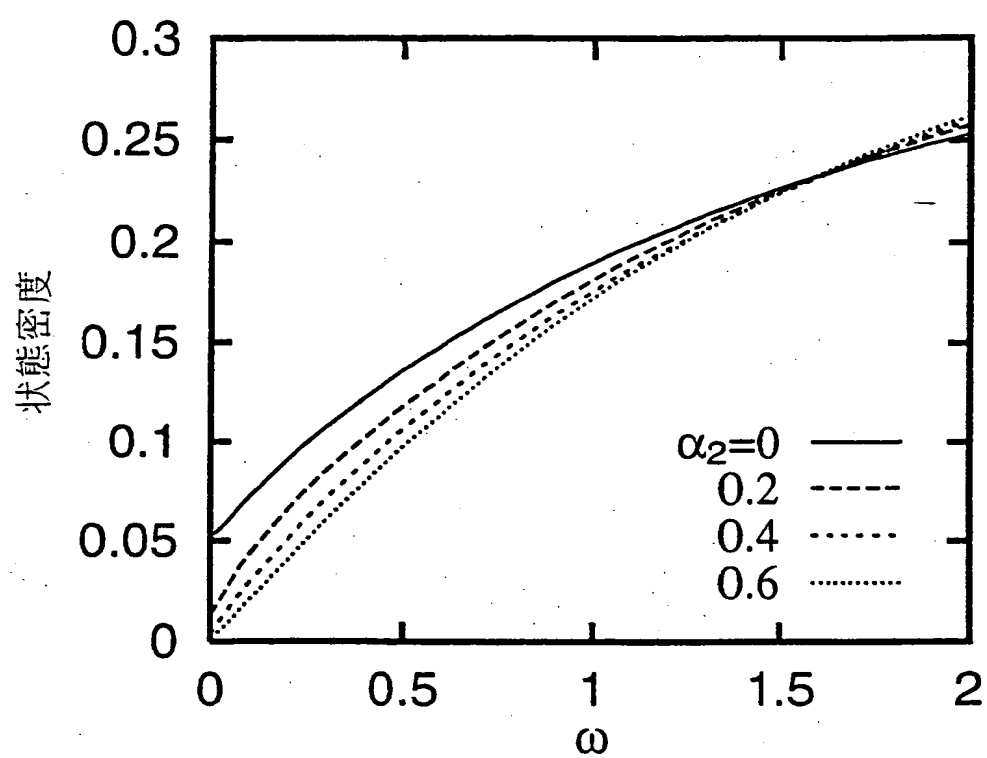
第 4 8 図



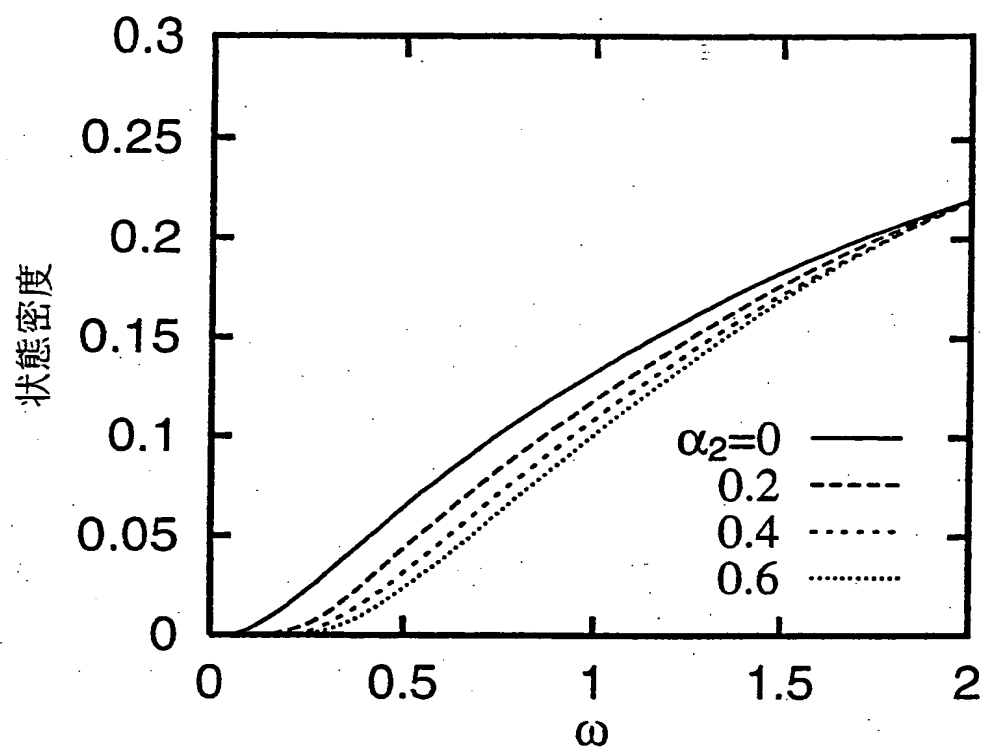
第 4 9 図



第 5 0 図



第 5 1 図



(19) 世界知的所有権機関
国際事務局



(43) 国際公開日
2002年2月28日 (28.02.2002)

PCT

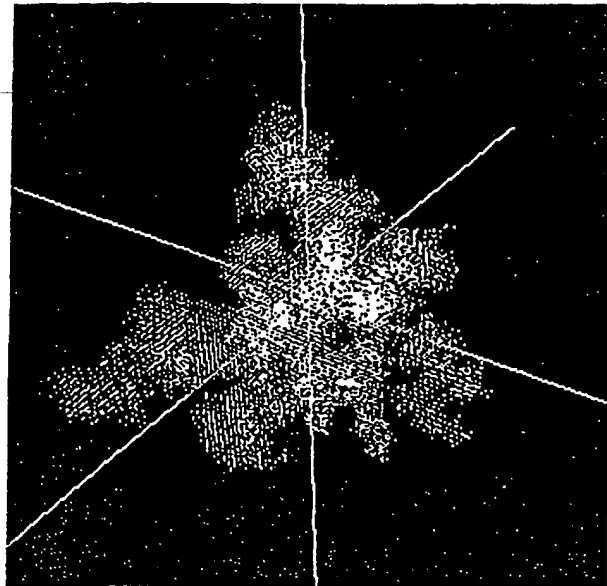
(10) 国際公開番号
WO 02/17410 A1

- (51) 国際特許分類: H01L 49/00 (72) 発明者; および
(75) 発明者/出願人 (米国についてのみ): 宇賀神隆一
(21) 国際出願番号: PCT/JP01/07248 (UGAJIN, Ryuichi) [JP/JP]; 〒141-0001 東京都品川区
北品川6丁目7番35号 ソニー株式会社内 Tokyo (JP).
(22) 国際出願日: 2001年8月24日 (24.08.2001) (74) 代理人: 杉浦正知(SUGIURA, Masatomo); 〒171-0022
東京都豊島区南池袋2丁目49番7号 池袋パークビル7
(25) 国際出願の言語: 日本語 階 Tokyo (JP).
(26) 国際公開の言語: 日本語 (81) 指定国 (国内): AE, AG, AL, AM, AT, AU, AZ, BA, BB,
BG, BR, BY, BZ, CA, CH, CN, CO, CR, CU, CZ, DE, DK,
(30) 優先権データ: DM, DZ, EC, EE, ES, FI, GB, GD, GE, GH, GM, HR, HU,
特願2000-255236 2000年8月25日 (25.08.2000) JP ID, IL, IN, IS, JP, KE, KG, KP, KR, KZ, LC, LK, LR, LS,
特願2000-333395 2000年10月31日 (31.10.2000) JP LT, LU, LV, MA, MD, MG, MK, MN, MW, MX, MZ, NO,
NZ, PH, PL, PT, RO, RU, SD, SE, SG, SI, SK, SL, TJ, TM,
(71) 出願人 (米国を除く全ての指定国について): ソニー株 TR, TT, TZ, UA, UG, US, UZ, VN, YU, ZA, ZW.
式会社 (SONY CORPORATION) [JP/JP]; 〒141-0001
東京都品川区北品川6丁目7番35号 Tokyo (JP). (84) 指定国 (広域): ARIPO 特許 (GH, GM, KE, LS, MW,
MZ, SD, SL, SZ, TZ, UG, ZW), ユーラシア特許 (AM,

[続葉有]

(54) Title: FRACTAL STRUCTURE AND METHOD OF FORMING IT

(54) 発明の名称: フラクタル構造体およびその形成方法



(57) Abstract: A fractal structure formed to provide a plurality of regions having mutually different fractal dimensions featuring self-similarity. A fractal structure growth conditions that provide a first fractal dimension during a growth process between a growth starting time and a first time, and is grown by using growth conditions that provide a second fractal dimension lower than the first fractal dimension between the first time and a second time. A phase transition property, e.g. a critical temperature of ferromagnetic phase transition, expressed in the fractal structure, is controlled by adjusting a switching timing of growth conditions. To obtain a higher controllability, the first fractal dimension is set to be larger than 2.7, and the second fractal dimension the be smaller than 2.3.

[続葉有]

WO 02/17410 A1



AZ, BY, KG, KZ, MD, RU, TJ, TM), ヨーロッパ特許 (AT, BE, CH, CY, DE, DK, ES, FI, FR, GB, GR, IE, IT, LU, MC, NL, PT, SE, TR), OAPI 特許 (BF, BJ, CF, CG, CI, CM, GA, GN, GQ, GW, ML, MR, NE, SN, TD, TG).

2文字コード及び他の略語については、定期発行される各PCTガゼットの巻頭に掲載されている「コードと略語のガイダンスノート」を参照。

添付公開書類:

— 国際調査報告書

(57) 要約:

自己相似性を特徴付けるフラクタル次元が互いに異なる複数の領域を持つようにフラクタル構造体を形成する。一つまたは複数の起点からフラクタル構造の成長を行い、その成長過程において、成長を開始した時刻から第1の時刻までは第1のフラクタル次元が得られるような成長条件を用いて成長を行い、第1の時刻から第2の時刻までは第1のフラクタル次元より低い第2のフラクタル次元が得られるような成長条件を用いて成長を行う。成長条件の切り替えのタイミングを調整することによって、フラクタル構造体において発現する相転移の性質、例えば強磁性相転移の臨界温度を制御する。制御性を高めるためには、第1のフラクタル次元を2.7より大きくし、第2のフラクタル次元を2.3より小さくする。

明 細 書

フラクタル構造体およびその形成方法

5 技術分野

この発明は、フラクタル構造体およびその形成方法に関し、特に、新規な原理に基づいたものである。

背景技術

- 10 固体材料の電子・光素子への応用を考える時、その材料の持つ物性値が用途に制約を与えることがある。例えば、半導体材料を発光素子に利用する場合、その材料のバンドギャップに対応する発光波長のデバイスに应用することはできるが、発光波長を変えるためには工夫が必要である。半導体のバンドに係わる物性値に関しては、超格子によ
- 15 って制御が実現されている。具体的には、超格子の周期を変えることによって、サブバンドのバンド幅を制御することができ、発光波長を設計することができる。

- さて、多電子状態の構造を材料設計により制御することを目指し、本発明者は量子ドット結合体による多体効果工学を提唱し、理論的解
- 20 析を行ってきた ((1)US patent 5,430,309 (2)US patent 5,663,571 (3)US patent 5,719,407 (4)US patent 5,828,090 (5)US patent 5,831,294 (6)US patent 6,020,605 (7)J. Appl. Phys. 76, 2833(1994) (8) Phys. Rev. B51, 10714(1995) (9)Phys. Rev. B51, 11136(1995) (10)J. Appl. Phys. 77, 5509(1995) (11)Phys. Rev. B53, 6963(1996) (12)Phys. Rev. B53, 10141(1996) (13)Appl. Phys. Lett. 68, 2657(1996) (14)J. Appl. Phys. 80, 3893(1996) (15)J. Phys. Soc. Jpn. 65, 3952(1996) (16)Jpn. J. Ap
- 25

pl. Phys. 36, 638 (1997) (17) J. Phys. Soc. Jpn. 66, 425 (1997) (18) J. Appl. Phys. 81, 2693 (1997) (19) Physica (Amsterdam) 229B, 146 (1997) (20) Physica (Amsterdam) 237A, 220 (1997) (21) Surf. Sci. 375, 403 (1997) (22) Physica (Amsterdam) 240B, 116 (1997) (23) Physica (Amsterdam) 240B, 128 (1997) (24) Physica (Amsterdam) 1E, 226 (1997) (25) Phys. Rev. Lett. 80, 572 (1998) (26) Jpn. J. Appl. Phys. 37, 863 (1998) (27) Physica (Amsterdam) 245B, 311 (1998) (28) Physica (Amsterdam) 235B, 96 (1998) (29) Phys. Rev. B 59, 4952 (1999) (30) Surf. Sci. 432, 1 (1999) (31) International Journal of Modern Physics B. Vol. 13, NO. 21, 22, pp. 2689-2703, 1999)。例えば、量子ドット間のトンネル現象と量子ドット内の電子間相互作用とを調整することにより、様々な相関電子系が実現されるであろうと期待されている。いま、近接量子ドット間のトンネル・トランスファーを t と書くことにする。そのとき、量子ドットが正方格子状に並んでいるとすれば、一電子状態のバンド幅は $T_{eff} = 4t$ である。もし量子ドットが一次元チェーンとして形成されていれば、一電子状態のバンド幅は $T_{eff} = 2t$ である。三次元的な量子ドットアレーならば、 $T_{eff} = 6t$ である。つまり、量子ドットアレーの次元性が D ならば、一電子状態のバンド幅は $T_{eff} = 2Dt$ であった。さて、ハーフフィルド (half-filled) (量子ドット一個あたり一電子) のモット (Mott) 転移 (モット (Mott) - ハバード (Hubbard) 転移またはモット金属 - 絶縁体転移とも呼ぶ) を考える。量子ドット内の実効的電子間相互作用を U_{eff} と書くことにすると、このモット絶縁体側でのハバード・ギャップは $\Delta = U_{eff} - T_{eff}$ でほぼ記述されることから、 U_{eff} や t を変えることでモット転移を制御することができることになる。既に提案しているように、電界効果によって U_{eff} 、 t を調整してモット - ハバード転移を制御することができ、電界効果

素子に応用可能である（上記文献(5)(6)(11)(14)）。

一方で、 $\Delta = U_{eff} - T_{eff} = U_{eff} - 2 D t$ の式を見てみると、系の次元性Dを制御することによって、モットーハバード転移を制御することも可能であろうと考えられる。この目的のために、本出願人は、次元性を連続的に変化させることのできるフラクタル結合体を提案し、そのフラクタル次元の変化によりモットーハバード転移が制御可能であることを示してきた。

より幅広い材料の設計を行うため、単純なフラクタル性を越えた設計方法により材料の次元性を変調・制御することが望まれている。

ところで、情報処理を担う物理系として、内在する非線形性は必須のものである。従来から用いられてきた素子として、ある程度の非線形な応答が見られる材料を用いた電子素子がある。例えば、電流－電圧特性に非線形性があるものとして、微分負抵抗を示す二端子素子が挙げられる。もちろん、三端子素子として、MOS－FETは現代の技術を支えている。そして、これらの非線形性を持つ電子素子を線形な電子回路で結合し、非線形性を持つ情報処理装置を構築することにより、任意の計算を実行することができる。

しかしながら、そのような電子回路では、高度に集積化することによる困難が問題になってきている。例えば、発熱の問題である。内在する電気抵抗に起因するこの発熱は、電子素子の非線形性を生み出すために必須であり、情報処理を実行するのに不可欠であって、本質的である。

この困難を回避するため、要素素子の非線形性を高めることで素子数を減らす試みがなされてきた。この方向を発展させると必然的に、要素素子が、カオスを示す程に強い非線形性を持つものが望まれてくる。カオスを示す古典的な系を量子化したとき、その量子系の振る舞

いを特徴付けるのが量子カオスである。

一方で、要素素子が微細化されて行くと、その素子に閉じ込められた電子は量子力学的粒子として振る舞うことになる。従って、この観点より、量子カオスを示す要素素子に期待が集まっている。本出願人は、フラクタル形状を持つ構造中の量子系において、系を特徴付けるフラクタル次元を変えることで量子カオスを制御することができることを理論的に示してきた。

この発明が解決しようとする課題は、単純なフラクタル性を越えた設計方法により、材料の次元性を変調・制御することができるフラクタル構造体およびその形成方法を提供することにある。

この発明が解決しようとする他の課題は、単純なフラクタル性を越えた設計方法により、相転移やカオス、特に量子カオスを制御することができるフラクタル構造体およびその形成方法を提供することにある。

発明の開示

本発明者は、上記課題を解決すべく鋭意検討を行った結果、フラクタル構造を成長させる際に成長条件を時間的に変化させることで、複数のフラクタル次元で特徴付けられる部分を持つ、より複雑なフラクタル構造体を形成することができることを見い出した。特に、ランダム・フラクタルの成長過程において、フラクタル次元の低い領域を形成した後、フラクタル次元が高くなるように成長条件を変化させることにより、フラクタル次元が互いに異なる複数の領域が交じり合った花火状の特徴的なフラクタル構造体を形成することができることが分かった。そして、これらのフラクタル構造体においては、磁気相転移などの相転移や、カオス、特に電子状態における量子カオスなどの発

現を制御することが可能であることが分かった。その後、詳細な解析を行った結果、これらの現象の制御に好適なフラクタル次元が存在することが分かった。

5 この発明は、本発明者による以上の検討に基づいて案出されたものである。

すなわち、上記課題を解決するために、この発明の第1の発明は、自己相似性を特徴付けるフラクタル次元が互いに異なる複数の領域を有するフラクタル構造体であって、

10 一つまたは複数の起点からフラクタル構造の成長を行い、その成長過程において、成長を開始した時刻から第1の時刻までは第1のフラクタル次元が得られるような成長条件を用いて成長を行い、第1の時刻から第2の時刻までは第1のフラクタル次元より低い第2のフラクタル次元が得られるような成長条件を用いて成長を行うことにより形成された

15 ことを特徴とするものである。

この発明の第2の発明は、

自己相似性を特徴付けるフラクタル次元が互いに異なる複数の領域を有するフラクタル構造体の形成方法であって、

20 一つまたは複数の起点からフラクタル構造の成長を行い、その成長過程において、成長を開始した時刻から第1の時刻までは第1のフラクタル次元が得られるような成長条件を用いて成長を行い、第1の時刻から第2の時刻までは第1のフラクタル次元より低い第2のフラクタル次元が得られるような成長条件を用いて成長を行うようにした

ことを特徴とするものである。

25 この発明においては、第1のフラクタル次元が得られるような成長条件から第2のフラクタル次元が得られるような成長条件への成長条

件の切り替えのタイミングを調整することにより、フラクタル構造体において発現する相転移の性質を制御する。例えば、成長条件の切り替えのタイミングを調整することにより、フラクタル構造体において発現する強磁性相転移の臨界温度を制御する。さらに、成長条件の切

- 5 り替えのタイミングを調整することにより、フラクタル構造体において発現するカオスの性質を制御し、より具体的には例えば電子状態における量子カオスを制御する。この電子状態における量子カオスの制御は、成長条件の切り替えのタイミングの調整に加えて、磁性不純物添加によるランダム磁場の導入を併用することにより、高い制御性で
- 10 制御することができる。典型的には、フラクタル構造体を構成する複数の領域は全体として花火状の形状を有する。

- フラクタル構造体において発現する強磁性相転移の臨界温度の制御や量子カオスなどの制御を良好に行い、あるいは、相関電子系の制御を良好に行うなどの観点からは、好適には、第1のフラクタル次元を
- 15 D_{f1} 、第2のフラクタル次元を D_{f2} としたとき、 $D_{f1} > 2.7$ かつ $D_{f2} < 2.3$ とし、典型的には $2.7 < D_{f1} \leq 3$ かつ $1 \leq D_{f2} < 2.3$ 、より好適には $2.9 \leq D_{f1} \leq 3$ かつ $1 \leq D_{f2} < 2.3$ とする。ここで、 D_{f1} の上限である3は3次元空間の次元に対応するものであって、 D_{f2} の下限值である1は構造内の連結性の確保に必要なものである。
- 20 る。

- 成長条件は、後に詳述する発明の実施の形態では式(4)の α であるが、実際の成長においては、例えば液相で成長を行う場合には、成長に用いる溶媒の種類が例として挙げられる。すなわち、この場合は、成長過程において溶媒の種類を変えることにより、フラクタル次元の
- 25 異なる領域を形成することができる。

上述のように構成されたこの発明によれば、フラクタル構造の成長

条件を時間的に変化させ、低いフラクタル次元が得られる成長条件で成長を行った後、成長条件を切り替えて高いフラクタル次元が得られる成長条件で成長を行うことにより、互いにフラクタル次元が異なる複数の領域が交じり合った花火状のフラクタル構造体を得ることができ
5 ける。そして、このフラクタル構造体において、成長条件の切り替えのタイミングの調整などにより、このフラクタル構造体において発現する相転移の性質を制御することができる。また、フラクタル次元の最適化により、制御性の向上を図ることができる。

10 図面の簡単な説明

第1図は、この発明の第1の実施形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル構造体を示す略線図、第2図は、この発明の第1の実施形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル構造体を示す略線図、第3図は、この発明の第1の実施
15 形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル構造体を示す略線図、第4図は、この発明の第1の実施形態による花火状フラクタル構造体における成長起点からの距離 r と半径 r の球に含まれる成長点の数 $N(r)$ との $\log\text{-}\log$ プロットを示す略線図、第5図は、この発明の第1の実施形態による花火状フラクタル構造体における自発磁化を示す略線図、第6図は、この発明の第2の実施形態にお
20 いてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル構造体を示す略線図、第7図は、この発明の第2の実施形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル構造体を示す略線図、第8図は、この発明の第2の実施形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル構造体を示す略線図、第9図は、この発明の第2の
25 実施形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル

構造体を示す略線図、第 10 図は、この発明の第 2 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 11 図は、この発明の第 2 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 12 図は、この発明の第 3 の実施形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル構造体を示す略線図、第 13 図は、この発明の第 3 の実施形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル構造体を示す略線図、第 14 図は、この発明の第 3 の実施形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル構造体を示す略線図、第 15 図は、この発明の第 3 の実施形態においてシミュレーションにより得られた花火状フラクタル構造体を示す略線図、第 16 図は、この発明の第 3 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 17 図は、この発明の第 3 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 18 図は、単体フラクタル構造体における α とフラクタル次元 D_f との関係を示す略線図、第 19 図は、この発明の第 4 の実施形態による花火状フラクタル構造体における自発磁化を示す略線図、第 20 図は、この発明の第 4 の実施形態による花火状フラクタル構造体における自発磁化を示す略線図、第 21 図は、この発明の第 4 の実施形態による花火状フラクタル構造体における自発磁化を示す略線図、第 22 図は、この発明の第 4 の実施形態による花火状フラクタル構造体における自発磁化を示す略線図、第 23 図は、この発明の第 4 の実施形態による花火状フラクタル構造体における自発磁化を示す略線図、第 24 図は、この発明の第 4 の実施形態による花火状フラクタル構造体における自発磁化を示す略線図、第 25 図は、この発明の第 5 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 2

6 図は、この発明の第 5 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 27 図は、この発明の第 5 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 28 図は、この発明の第 5 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 29 図は、この発明の第 5 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 30 図は、この発明の第 5 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 31 図は、この発明の第 5 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 32 図は、この発明の第 5 の実施形態による花火状フラクタル構造体における量子準位統計量を示す略線図、第 33 図は、この発明の第 5 の実施形態による花火状フラクタル構造体における Berry-Robnik パラメータ ρ を示す略線図、第 34 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 35 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 36 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 37 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 38 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 39 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 40 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 41 図は、

この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 4 2 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 4 3 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 4 4 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 4 5 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 4 6 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 4 7 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 4 8 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 4 9 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 5 0 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図、第 5 1 図は、この発明の第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体におけるエネルギーと状態密度との関係を示す略線図である。

発明を実施するための最良の形態

以下、この発明の実施形態について説明する。以下の実施形態においては、複数のフラクタル次元で特徴付けられる部分が交じり合った花火状フラクタル構造体を考える。この花火状フラクタル構造体は、

ランダム・フラクタルの成長過程において、フラクタル次元の低い領域を形成した後にフラクタル次元が高くなるように成長条件を変化させることにより形成されるものである。

第 1 の実施形態

5 (1) 花火状フラクタル構造体の形成

この第 1 の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法は、Dielectric breakdown model ((32) A. Erzan, L. Pietronero, A. Vespignani, Rev. Mod. Phys. 67, 545 (1995) (33) L. Niemeyer, L. Pietronero, H. J. Wiesmann, Phys. Rev. Lett. 52, 1033 (1984) (34) R. Ugajin, S. Hirata, and
10 Y. Kuroki, Physica A, 278, 312 (2000)) を発展させることにより得られる。

いま、三次元空間の正方格子 S を定義し、その格子点 $(i_1, i_2, i_3) \in S$ 上にスカラーポテンシャル場 $\phi(i_1, i_2, i_3)$ を定義し、これを電位と称する。この電位はラプラス方程式

$$15 \quad \Delta \phi(i_1, i_2, i_3) = 0 \quad (1)$$

に従うものとする。これから定義する図形 T_n は三次元格子上的格子点の集合であり、 T_0 は $(0, 0, 0)$ のみからなり、 T_{n+1} は順次、以下に与えるルールにより、 T_n に一格子点を付け加えることにより生成される。

20 まず、 T_n に含まれる各点の電位を 1 とし、無限遠点での電位を 0 とする。つまり、

$$\phi(i_1, i_2, i_3) = 0 \quad \text{when} \quad (i_1, i_2, i_3) \rightarrow \infty \quad (2)$$

$$\phi(i_1, i_2, i_3) = 1 \quad \text{when} \quad (i_1, i_2, i_3) \in T_n \quad (3)$$

である。この境界条件のもとで方程式 (1) を解き、各格子点の電位を
25 決定する。 T_{n+1} を構成するために T_n に付け加えられるべき格子点は、 T_n に含まれず、 T_n に最近接する格子点の集合 U_n から選ばれ

る。 U_n に含まれる格子点の数を N_n と書く。

さて、 U_n に含まれる各点 $(i_{1,m}, i_{2,m}, i_{3,m})$ (ただし、 $m = 1, 2, \dots, N_n$) に対し、その電界強度を

$$E_m(\alpha) = |\phi(i_{1,m}, i_{2,m}, i_{3,m}) - 1|^\alpha \quad (4)$$

5 と定義する。 U_n のある点 $(i_{1,m}, i_{2,m}, i_{3,m})$ が選ばれる確率は、その電界強度 $E_m(\alpha)$ に比例する。つまり、その確率は

$$P_m(\alpha) = \frac{E_m(\alpha)}{\sum_{j=1}^{N_n} E_j(\alpha)} \quad (5)$$

10 である。

以上の操作を繰り返すことで T_n を構成して行く。理想的なフラクタルは、無限に繰り返した極限集合

$$T_\infty = \lim_{n \rightarrow \infty} T_n \quad (6)$$

であろう。また、 $\alpha = 1$ の場合、上記と Diffusion limited aggregation
15 ion による図形生成の結果は一致する ((35) T. A. Witten, Jr. and L. M. Sander, Phys. Rev. Lett. 47, 1400 (1984) ; Phys. Rev. B 27, 5686 (1983)) 。

この第 1 の実施形態による花火状フラクタル構造体は、上述の成長のステップ n に応じて、 α パラメータを変化させることによって形成される。つまり、上記成長過程を、 $1 \leq n \leq \tau_1$ において、 α_1 を用
20 いて成長を行い、 $\tau_1 + 1 \leq n \leq \tau_2$ において α_2 を、 $\tau_2 + 1 \leq n \leq \tau_3$ において α_3 を、というように実行する。以下では、二種類のフラクタル次元を持つ場合のシミュレーションを行う。 $\alpha_1 > \alpha_2$ で特徴付けられるものを花火状フラクタル構造体と呼び、特に $\tau_2 = 1$
0 0 0 0、 $\alpha_1 = 2$ 、 $\alpha_2 = 0$ を共通とし、 τ_1 を変化させた場合につ
25 いてシミュレーションを行った。その結果を第 1 図、第 2 図および第 3 図に示す。ただし、第 1 図では $\tau_1 = 3$ 0 0 0、第 2 図では τ_1

= 5 0 0 0、第3図では $\tau_1 = 7 0 0 0$ とした。第1図、第2図および第3図より、成長の初期に分岐が激しくフラクタル次元の低い領域が形成された後、その分岐構造上にフラクタル次元の高い層が成長していていることがわかる。成長の後半で形成される領域では全体的に成長が進むため、初期に形成された分岐構造をなだらかにする傾向が認められる。このような構造が花火状フラクタル構造体である。

より詳しく構造を理解するために、フラクタル次元の計算過程を用いる。成長起点(0, 0, 0)からの距離を r としたとき、半径 r の球に含まれる成長点の数を $N(r)$ と書くことにする。そのとき、 a を比例係数として

$$N(r) = ar^{D_f} \quad (7)$$

と書けたならば、 D_f をフラクタル次元と呼ぶ。従って、両辺の対数をとると、

$$\log N(r) = \log a + D_f \log r \quad (8)$$

であるから、log-logプロットを行ったときに直線に乗ればフラクタル的であり、その傾きがフラクタル次元である。第4図では、上記の成長実験で得られたそれぞれの場合に関し、このlog-logプロットを行った。第4図から、 $\tau_1 = 3 0 0 0$ 、 $5 0 0 0$ 、 $7 0 0 0$ では、 $\log(r)$ が小さい領域でのフラクタル次元がほぼ $D_f = 2.6$ 、 $\log(r)$ が大きい領域ではフラクタル次元がほぼ $D_f = 2.0$ となっていることがわかる。

(2) 花火状フラクタル構造体での強磁性相転移

(1)で定義された花火状フラクタル構造体上に、強磁性体を記述するスピン系を定義する。 T_n の元である格子点

$$r_p = (i_{1,p}, i_{2,p}, i_{3,p}) \in T_n \quad (9)$$

を考える。ただし、 $p = 1, 2, \dots, n+1$ である。格子点

$r_p \in T_n$ にスピンを乗せ、以下のハミルトニアンで記述できるスピン系を考える。

$$H = - \sum_{p,q} J_{p,q} S_p \cdot S_q \quad (10)$$

5 S_p が p サイトのスピンである。スピン間相互作用 $J_{p,q}$ として

$$J_{p,q} = \begin{cases} 1 & \text{when } |r_p - r_q| = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

10 が自然なモデルである。つまり、最近接サイト間のみでスピン間相互作用が存在する。有限温度 T における自発磁化 M を計算するために、平衡系の統計力学を導入する。分配関数 Z は以下のように定義される

$$Z = \sum_{\{S_p\}} e^{-H/T} \quad (12)$$

15 ただし、和の記号内の $\{S_p\}$ は全てのスピン状態に関する和を意味する。自発磁化はスピンの統計平均として以下のように定義される。

$$M = \frac{1}{n+1} \sum_{p=1}^{n+1} \langle S_p \rangle \quad (13)$$

ただし、期待値 $\langle S_p \rangle$ は

20

$$\langle S_p \rangle = \frac{1}{Z} \sum_{\{S_p\}} S_p e^{-H/T} \quad (14)$$

であり、 $n+1$ は総スピン数である。一般に M はスピン空間におけるベクトル量であるが、その絶対値 $M = |M|$ を計算する。

25 ここではイジング・モデルを考える。イジング・モデルでは、

$$S_p = 1 \text{ or } -1 \quad (15)$$

の二状態のみが有り得る。さて、このイジング・モデルに平均場近似を導入しよう。p 番目のサイトの自発磁化を μ_p と書く。この系ではサイトごとに分子場が異なるので、それを $\bar{\mu}_p$ と書くことにする。平均場近似の仮定として、分子場が最近接サイトの自発磁化で

$$\bar{\mu}_p = \sum_q J_{p,q} \mu_q \quad (16)$$

と書けるものを採用する。この仮定により、上記ハミルトニアンは

$$H_{MF} = - \sum_{p=1}^{n+1} \bar{\mu}_p \sigma_p \quad (17)$$

10

と単純化される。この単純化されたハミルトニアンによる分配関数を用いて得られる自発磁化が μ_p となるようなセルフコンシステント (self-consistent) 方程式を導くと

$$\mu_p = \tanh(\beta \bar{\mu}_p) \quad (18)$$

15 が得られ、この方程式を数値的に解くことで、系の自発磁化

$$M_{\text{Ising}} = \frac{1}{n+1} \sum_{j=0}^n \mu_j \quad (19)$$

を求める。

20 第5図に、第1図、第2図および第3図に示されている花火状フラクタル構造体における自発磁化を示す。ただし、 $\tau_1 = 0$ の構造は $\alpha = 0$ の単一のフラクタル次元を持つ単純フラクタル構造体と同じである。また、 $\tau_1 = 10000$ の構造は、 $\alpha = 2$ の単一のフラクタル次元を持つ単純フラクタル構造体と同じである。 τ_1 の変化に伴い、自
25 発磁化の消失する臨界温度が変化しているのが分かる。第5図から明らかのように、この花火状フラクタル構造体においては、磁化曲線の

形は変化せず、臨界温度が変化している。従って、フラクタルを基礎とした構造体 (fractal-based complex) であるこの花火状フラクタル構造体における成長パラメータの切り替えによって、様々な磁性を示す材料を実現することができることが分かった。

5 第2の実施形態

(1) 花火状フラクタル構造体の形成

この第2の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法は、第1の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法と同様であり、この第2の実施形態でも、 $\alpha_1 > \alpha_2$ の場合を考え、特に $\tau_2 = 10000$ 、 $\alpha_1 = 2$ 、 $\alpha_2 = 0$ を共通とし、 τ_1 を変化させた場合についてシミュレーションを行った。その結果を第6図、第7図、第8図および第9図に示す。ただし、第6図では $\tau_1 = 2000$ 、第7図では $\tau_1 = 4000$ 、第8図では $\tau_1 = 6000$ 、第9図では $\tau_1 = 8000$ とした。第6図、第7図、第8図および第9図より、第1の実施形態と同様に、成長の初期に分岐が激しくフラクタル次元の低い領域が形成された後、その分岐構造上にフラクタル次元の高い層が成長し、成長の後半で形成される領域では全体的に成長が進むため、初期に形成された分岐構造をなだらかにする傾向が認められる。

(2) 花火状フラクタル構造体上の電子系

(1) で定義された花火状フラクタル構造体上に一粒子の量子系を定義する。 T_n の元である格子点

$$\mathbf{r}_p = (i_{1,p}, i_{2,p}, i_{3,p}) \in T_n \quad (20)$$

を考える。ただし、 $p = 0, 1, 2, \dots, n$ である。格子点 $\mathbf{r}_p \in T_n$ に量子を生成する演算子 \hat{c}_p^\dagger を定義する。もちろん、反交換関係

$$\{\hat{c}_p, \hat{c}_q^\dagger\} = \delta_{p,q} \quad (21)$$

が成り立つ。ここで、この量子系のハミルトニアン \hat{H} は

$$\hat{H}_n = - \sum_{p,q} t_{p,q} \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_q \quad (22)$$

と定義される。ここで、トランスファー $t_{p,q}$ としては

$$t_{p,q} = \begin{cases} 1 & \text{when } |r_p - r_q| = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (23)$$

を採用する。このモデルでは最近接サイト間のみでホッピングが可能である。

ハミルトニアン \hat{H} の固有エネルギーを ϵ_m 、固有ベクトルを $|m\rangle$ と書くと、

$$\hat{H}|m\rangle = \epsilon_m |m\rangle \quad (24)$$

である。ただし、 $m = 0, 1, 2, \dots, n$ である。

まず、 $n+1$ 個の量子準位 ϵ_m を、その最近接準位間間隔が平均で 1 になるように規格化する。つまり、

$$\omega_j = \epsilon_j - \epsilon_{j-1} \quad (25)$$

とする。ただし、 $j = 1, 2, \dots, n$ としたとき、

$$\bar{\omega} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \omega_j \quad (26)$$

を用い、新しい準位

$$\epsilon_0 = 0 \quad (27)$$

$$\epsilon_m = \frac{1}{\bar{\omega}} \sum_{j=1}^m \omega_j = \sum_{j=1}^m \Omega_j \quad (28)$$

へ変換する。ここで、

$$\Omega_j = \frac{\omega_j}{\bar{\omega}} \quad (29)$$

である。系の状態密度 (the density of states) は

$$\rho(\epsilon) = \frac{1}{n+1} \sum_{m=0}^n \delta(\epsilon - \epsilon_m) \quad (30)$$

で定義され、その積分 (the staircase function)

$$\lambda(\epsilon) = \int_{-\infty}^{\epsilon} d\eta \rho(\eta) \quad (31)$$

10

を計算する。得られたstaircase functionは、unfolding という操作を用いることにより、平均して状態密度が一定になるように変換される。このようにして得られた量子準位を用い、量子準位統計量として最近接準位間間隔分布 $P(s)$ と、ダイソンとメータの Δ_3 統計量を

15 計算する。参考文献 ((36) (37)) にあるように、これらの統計量を用いることで、量子カオスが発生しているかどうかを検知できる。量子カオス系は、古典的カオス系と同様に外部からの摂動に対して敏感であることも知られており、非線形材料設計の指針として量子カオス解析は重要である。

20 可積分系の場合、最近接準位間間隔分布 $P(s)$ と Δ_3 統計量は Poisson 分布のもの

$$P_P(s) = e^{-s} \quad (32)$$

$$\Delta_3(n) = \frac{n}{15} \quad (33)$$

25

となり、量子カオス系の場合、GOE (Gaussian orthogonal ensemb

le) 分布

$$P_{\text{GOE}}(s) = \frac{\pi s}{2} e^{-\pi s^2/4} \quad (34)$$

$$5 \quad \Delta_3(n) = \frac{1}{\pi^2} \left[\log(2\pi n) + \gamma - \frac{\pi^2}{8} - \frac{5}{4} \right] + O(n^{-1}) \quad (35)$$

となる。ここで、 γ はオイラ一定数である。

ここで解析する花火状フラクタル構造体は、 $n = 10000$ の成長実験により得られたものである。この量子系には $n+1 = 10001$ 個の固有状態がある。この中で、基底状態から 501 番目より 2001 番目までの、 1501 状態に関するエネルギー固有値をもとに、以下の量子準位統計量を計算した。第10図および第11図に $(\alpha_1, \alpha_2) = (2, 0)$ の花火状フラクタル構造体における量子準位統計を示す。第10図では $P(s)$ を、第11図では Δ_3 統計量を示した。

15 $\tau_1 = 10000$ の場合、構造は $\alpha = 2$ の単純フラクタルと同一であり、フラクタル次元が 2 ($D_f \sim 2.16$) に近いので、系は可積分系として振る舞う。このとき、量子準位統計はPoisson 分布のものとなっている。一方、 $\tau_1 = 0$ の場合、構造は $\alpha = 0$ の単純フラクタルと同一であり、フラクタル次元が 3 ($D_f \sim 2.91$) に近い。従って、この電子系は量子カオス系として振る舞い、量子順位統計はGOE分布のものとなっている。第10図および第11図から明らかなように、 τ_1 が 0 から 10000 へ増加して行くに従い、GOE分布からPoisson 分布へと変化している。従って、 τ_1 を所定の値に設定することで、量子カオス系から可積分系まで、幅広い種類の量子系を実現することができる。

25

上述の花火状フラクタル構造体における量子準位統計の変化を見る

と、比較的小さな τ_1 で量子カオス性が減少し始めることが分かる。これは、形成された複合体において分岐的性質が十分に残っており、量子カオスのカオス性が減弱されていることを示唆している。このことを考えると、花火状フラクタル構造体では複数の領域が交じり合い、

5 全体として複合系を形成していることが分かる。

第3の実施形態

(1) 花火状フラクタル構造体の形成

この第3の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法は、第1の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法と同様であり、この第3の実施形態では、 $\alpha_1 > \alpha_2$ の場合を考え、特に $\tau_2 = 10000$ 、 $\alpha_1 = 2$ 、 $\alpha_2 = 0$ を共通とし、 τ_1 を変化させた場合についてシミュレーションを行った。その結果を第12図、第13図、第14図および第15図に示す。ただし、第12図では $\tau_1 = 2000$ 、第13図では $\tau_1 = 4000$ 、第14図では $\tau_1 = 6000$ 、第15図では $\tau_1 = 8000$ とした。第12図、第13図、第14図および第15図より、第1の実施形態と同様に、成長の初期に分岐が激しくフラクタル次元の低い領域が形成された後、その分岐構造上にフラクタル次元の高い層が成長し、成長の後半で形成される領域では全体的に成長が進むため、初期に形成された分岐構造をなだらかにする

20 傾向が認められる。

(2) 花火状フラクタル構造体上の電子系

(1)で定義された花火状フラクタル構造体上に一粒子の量子系を定義する。 T_n の元である格子点

$$\mathbf{r}_p = (i_{1,p}, i_{2,p}, i_{3,p}) \in T_n \quad (36)$$

25 を考える。ただし、 $p = 1, 2, \dots, n+1$ である。格子点 $\mathbf{r}_p \in T_n$ に量子を生成する演算子 \hat{c}_p^\dagger を定義する。もちろん、反交換関

係

$$\{\hat{c}_p, \hat{c}_q^\dagger\} = \delta_{p,q} \quad (37)$$

が成り立つ。ここで、この量子系のハミルトニアン \hat{H} は

$$\hat{H}_n = - \sum_{p,q} t_{p,q} \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_q \quad (38)$$

5

と定義される。ここで、トランスファーマトリクス $t_{p,q}$ としては

$$t_{p,q} = \begin{cases} \exp(i\theta_{p,q}) & \text{when } |r_p - r_q| = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (39)$$

10 を採用する。ただし、 $\theta_{p,q} = -\theta_{q,p}$ は

$$0 < \theta_{p,q} < 2\pi \quad (40)$$

を満たすランダムな実数である。このモデルでは、最近接サイト間の
みでホッピングが可能である。そして、そのホッピングに伴い、場所
によりランダムな位相因子 $\theta_{p,q}$ が付け加わる。格子点を一周するル

15 ープでこの位相因子を積分すれば、そのループを貫く磁束になるので、

$0 < \theta_{p,q} < 2\pi$ のランダムな分布に対し、局所的には磁場が導入さ
れていることになる。この磁場は、強度、方向ともに全くランダムで
あり、空間的に平均をとるとゼロ磁場となるので、系のフラクタル性
を破壊することはない。

20 ハミルトニアン \hat{H} の固有エネルギーを ϵ_m 、固有ベクトルを $|m\rangle$
と書くと、

$$\hat{H}|m\rangle = \epsilon_m|m\rangle \quad (41)$$

である。ただし、 $m = 0, 1, 2, \dots, n$ である。

まず、 $n+1$ 個の量子準位 ϵ_m を、その最近接準位間間隔が平均で

25 1 になるように規格化する。つまり、

$$\omega_j = \epsilon_j - \epsilon_{j-1} \quad (42)$$

とする。ただし、 $j = 1, 2, \dots, n$ としたとき、

$$\bar{\omega} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \omega_j \quad (43)$$

5 を用い、新しい準位

$$\epsilon_0 = 0 \quad (44)$$

$$\epsilon_m = \frac{1}{\bar{\omega}} \sum_{j=1}^m \omega_j = \sum_{j=1}^m \Omega_j \quad (45)$$

10 へ変換する。ここで、

$$\Omega_j = \frac{\omega_j}{\bar{\omega}} \quad (46)$$

である。系の状態密度 (the density of states)は

15

$$\rho(\epsilon) = \frac{1}{n+1} \sum_{m=1}^{n+1} \delta(\epsilon - \epsilon_m) \quad (47)$$

で定義され、その積分 (the staircase function)

20

$$\lambda(\epsilon) = \int_{-\infty}^{\epsilon} d\eta \rho(\eta) \quad (48)$$

を計算する。得られたstaircase functionは、unfolding という操作を用いることにより、平均して状態密度が一定になるように変換される。このようにして得られた量子準位を用い、量子準位統計量として

25 最近接準位間間隔分布 $P(s)$ と、ダイソンとメータの Δ 、統計量を計算する。参考文献 (上記 (36) (37)) にあるように、これらの統計量

を用いることで、量子カオスが発生しているかどうかを検知できる。量子カオス系は、古典的カオス系と同様に外部からの摂動に対して敏感であることも知られており、非線形材料設計の指針として量子カオス解析は重要である。

- 5 可積分系の場合、最近接準位間間隔分布 $P(s)$ と Δ_3 統計量は Poisson 分布のもの

$$P_P(s) = e^{-s} \quad (49)$$

$$\Delta_3(n) = \frac{n}{15} \quad (50)$$

10

となり、磁場下の量子カオス系の場合、GUE (Gaussian unitary ensemble) 分布

$$P_{\text{GUE}}(s) = \frac{32s^2}{\pi^2} e^{-4s^2/\pi} \quad (51)$$

15

$$\Delta_3(n) = \frac{1}{2\pi^2} \left[\log(2\pi n) + \gamma - \frac{5}{4} \right] + O(n^{-1}) \quad (52)$$

となる。ここで、 γ はオイラー定数である。

- 20 ここで解析する花火状フラクタル構造体は、 $n = 10000$ の成長実験により得られたものであるので、この量子系には $n+1 = 10001$ 個の固有状態がある。この中で、基底状態から 501 番目より 2001 番目までの、1501 状態に関するエネルギー固有値をもとに、以下の量子準位統計量を計算した。第 16 図および第 17 図に $(\alpha_1,$
- 25 $\alpha_2) = (2, 0)$ のランダム磁場下の花火状フラクタル構造体における量子準位統計を示す。第 16 図では $P(s)$ を、第 17 図では Δ_3

統計量を示した。 $\tau_1 = 10000$ の場合、構造は $\alpha = 2$ の単純フラクタルと同一であり、フラクタル次元が2 ($D_f \sim 2.16$)に近いので、系は可積分系として振る舞う。このとき、量子準位統計はPoisson 分布のものとなっている。一方、 $\tau_1 = 0$ の場合、構造は $\alpha = 0$ の単純フラクタルと同一であり、フラクタル次元が3 ($D_f \sim 2.91$)に近い。従って、この電子系は量子カオス系として振る舞い、量子準位統計はGUE分布のものとなっている。第16図および第17図から明らかなように、 τ_1 が0から10000へ増加して行くに従い、GUE分布からPoisson 分布へと変化している。従って、 τ_1 を所定の値に設定することで、GUE統計に従う量子カオス系から可積分系まで、幅広い種類の量子系を実現することができる。

第4の実施形態

(1) 花火状フラクタル構造体の形成

この第4の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法は、第1の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法と同様であるが、成長条件としては、 $\tau_1 = 5000$ 、 $\tau_2 = 10000$ を固定し、 $\alpha_1 > \alpha_2$ を満たす様々な (α_1, α_2) に関して成長の数値実験を行った。

ところで、Dielectric breakdown modelによる単体フラクタル構造体の形成方法において、 α を変化させると、形成されるフラクタル構造体のフラクタル次元 D_f が変化することが知られている。シミュレーションにより得られているフラクタル次元を第18図に示す(上記文献(34))。第18図から分かるように、 α の増加に伴い、 D_f は減少して行く。 $\alpha < 0.5$ で $D_f > 2.7$ が得られ、一方で、 $\alpha > 1$ で $D_f < 2.3$ が得られる。

(2) 花火状フラクタル構造体での強磁性相転移

(1) で定義された花火状フラクタル構造体上に、強磁性体を記述するスピン系を定義する。 T_n の元である格子点

$$\mathbf{r}_p = (i_{1,p}, i_{2,p}, i_{3,p}) \in T_n \quad (53)$$

を考える。ただし、 $p = 0, 1, 2, \dots, n$ である。格子点

5 $\mathbf{r}_p \in T_n$ にスピンを乗せ、以下のハミルトニアンで記述できるスピン系を考える。

$$H = - \sum_{p,q} J_{p,q} \mathbf{S}_p \cdot \mathbf{S}_q \quad (54)$$

\mathbf{S}_p が p サイトのスピンである。スピン間相互作用 $J_{p,q}$ として

10

$$J_{p,q} = \begin{cases} 1 & \text{when } |\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q| = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (55)$$

が自然なモデルである。つまり、最近接サイト間のみでスピン間相互作用が存在する。有限温度 T における自発磁化 M を計算するために、

15 平衡系の統計力学を導入する。分配関数 Z は以下のように定義される。

$$Z = \sum_{\{\mathbf{S}_p\}} e^{-H/T} \quad (56)$$

ただし、和の記号内の $\{\mathbf{S}_p\}$ は全てのスピン状態に関する和を意味する。自発磁化はスピンの統計平均として以下のように定義される。

20

$$M = \frac{1}{n+1} \sum_{p=0}^n \langle \mathbf{S}_p \rangle \quad (57)$$

ただし、期待値 $\langle \mathbf{S}_p \rangle$ は

25

$$\langle \mathbf{S}_p \rangle = \frac{1}{Z} \sum_{\{\mathbf{S}_p\}} \mathbf{S}_p e^{-H/T} \quad (58)$$

であり、 $n+1$ は総スピン数である。一般に \mathbf{M} はスピン空間におけるベクトル量であるが、その絶対値 $M = |\mathbf{M}|$ を計算する。

ここではイジング・モデルを考える。イジング・モデルでは、

$$S_p = 1 \text{ or } -1 \quad (59)$$

5 の二状態のみが有り得る。さて、このイジング・モデルに平均場近似を導入しよう。p 番目のサイトの自発磁化を μ_p と書く。この系ではサイトごとに分子場が異なるので、それを $\bar{\mu}_p$ と書くことにする。平均場近似の仮定として、分子場が最近接サイトの自発磁化で

$$\bar{\mu}_p = \sum_q J_{p,q} \mu_q \quad (60)$$

10

と書けるものを採用する。この仮定により、上記ハミルトニアンは

$$H_{MF} = - \sum_{p=0}^n \bar{\mu}_p \sigma_p \quad (61)$$

15 と単純化される。この単純化されたハミルトニアンによる分配関数を用いて得られる自発磁化が μ_p となるようなセルフコンシステント (self-consistent) 方程式を導くと

$$\mu_p = \tanh(\beta \bar{\mu}_p) \quad (62)$$

が得られ、この方程式を数値的に解くことで、系の自発磁化

20

$$M_{\text{Ising}} = \frac{1}{n+1} \sum_{j=0}^n \mu_j \quad (63)$$

を求める。

第 19 図に、 $\alpha_2 = 0$ と固定し、 α_1 を変化させた場合の自発磁化
25 を示す。 $\alpha_1 = 0$ とは、 $\alpha = 0$ の単純フラクタルと同様の構造における自発磁化の場合である。第 19 図に示すように、 α_1 の増加に伴い、

花火状フラクタル構造体の相転移温度が著しく変調されている。

第20図に、 $\alpha_2 = 0.2$ と固定し、 α_1 を変化させた場合の自発磁化を示す。 $\alpha_1 = 0.2$ とは、 $\alpha = 0.2$ の単純フラクタルと同様の構造における自発磁化の場合である。第19図に比べ、その変調性は減少しているが、かなりの量である。

第21図に、 $\alpha_2 = 0.4$ と固定し、 α_1 を変化させた場合の自発磁化を示す。 $\alpha_1 = 0.4$ とは、 $\alpha = 0.4$ の単純フラクタルと同様の構造における自発磁化の場合である。第21図から分かるように、第19図および第20図に比べ、その変調性は著しく減少している。

第22図に、 $\alpha_1 = 2$ と固定し、 α_2 を変化させた場合の自発磁化を示す。 $\alpha_2 = 2$ とは、 $\alpha = 2$ の単純フラクタルと同様の構造における自発磁化の場合である。第23図に、 $\alpha_1 = 1$ と固定し、 α_2 を変化させた場合の自発磁化を示す。 $\alpha_2 = 1$ とは、 $\alpha = 1$ の単純フラクタルと同様の構造における自発磁化の場合である。第24図に、 $\alpha_1 = 0.6$ と固定し、 α_2 を変化させた場合の自発磁化を示す。 $\alpha_2 = 0.6$ とは、 $\alpha = 0.6$ の単純フラクタルと同様の構造における自発磁化の場合である。第22図、第23図および第24図から分かるように、それぞれ、 α_2 により、相転移温度はある程度制御されている。

以上を総合すると、 $1 \leq n \leq \tau_1$ の成長過程、すなわち成長初期では $D_f < 2.3$ 程度、また $\tau_1 + 1 \leq n \leq \tau_2$ の成長過程、すなわち成長終期では $D_f > 2.7$ 程度の条件を満たすとき、花火状フラクタル構造体における強磁性相転移温度は好適に制御されるということができる。

第5の実施形態

(1) 花火状フラクタル構造体の形成

この第5の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法は、

第 1 の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法と同様であるが、成長条件としては $\tau_1 = 5000$ 、 $\tau_2 = 10000$ を固定し、 $\alpha_1 > \alpha_2$ を満たす様々な (α_1, α_2) の組み合わせ、特に α_1 、 α_2 として、0, 0.2, 0.4, 0.6, 1, 2 を用いて成長の数値実験を行った。

(2) 花火状フラクタル構造体上の電子系

第 2 の実施形態の式 (20) ~ (35) に示したものと同様な方法により、(1) で定義された花火状フラクタル構造体上に一粒子の量子系を定義する。

ここで解析する花火状フラクタル構造体は、 $n = 10000$ の成長実験により得られたものであるので、この量子系には $n+1 = 10001$ 個の固有状態がある。この中で、基底状態から 501 番目より 2001 番目までの、1501 状態に関するエネルギー固有値をもとに、以下の量子準位統計量を計算した。第 25 図および第 26 図に $(\alpha_1, \alpha_2) = (x, 0)$ 、 $x = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 1, 2$ としたときの花火状フラクタル構造体における量子準位統計を示す。第 25 図では $P(s)$ を、第 26 図では Δ_s 統計量を示した。 $\alpha_1 = 0$ の場合、構造は $\alpha = 0$ の単純フラクタルと同一であり、フラクタル次元が 3 ($D_f \sim 2.91$) に近いので、系は量子カオス系として振る舞う。このとき、量子準位統計は G O E 分布のものとなっている。 α_1 が増加して行くに従い、量子準位統計は G O E 分布のものから離れて行き、Poisson 分布へと近づいて行く。しかしながら、 $\alpha_1 = 2$ まで到達しても、まだ Poisson 分布からの違いは大きく残っている。

第 27 図に $(\alpha_1, \alpha_2) = (x, 0.2)$ 、 $x = 0.2, 0.4, 0.6, 1, 2$ としたときの花火状フラクタル構造体における Δ_s 統計量を示す。 $\alpha_1 = 0.2$ の場合、構造は $\alpha = 0.2$ の単純フラクタル

ル構造体と同一であり、ほぼ量子カオス系として振る舞っている。 α_1 が増加して行くに従い、量子準位統計はGOE分布のものから離れて行き、Poisson 分布へと近づいて行く。第28図に、 $(\alpha_1, \alpha_2) = (x, 0.4)$ 、 $x = 0.4, 0.6, 1, 2$ としたときの花火状フラクタル構造体における Δ_3 統計量を示す。 $\alpha_1 = 0.4$ の場合、構造は $\alpha = 0.4$ の単純フラクタル構造体と同一であり、すでに量子カオス系とは言えない程度にGOE分布のそれから離れてきている。 α_1 が増加して行くに従い、量子準位統計はGOE分布のものから離れて行き、Poisson 分布へと近づいて行くのは同様である。

10 第29図および第30図に、 $(\alpha_1, \alpha_2) = (2, x)$ 、 $x = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 1, 2$ としたときの花火状フラクタル構造体における量子準位統計を示す。第29図では $P(s)$ を、第30図では Δ_3 統計量を示した。 $\alpha_2 = 0$ の場合は、第25図および第26図の $\alpha_1 = 2$ と同一である。 $\alpha_2 = 2$ の場合、構造は $\alpha = 2$ の単純フラクタル構造体と同一であり、フラクタル次元が2 ($D_f \sim 2.16$)に近いので、系は可積分系として振る舞う。 α_2 の減少とともに量子準位統計はPoisson 分布のそれから離れて行き、GOE分布のそれへと近づいて行く。

20 第31図に、 $(\alpha_1, \alpha_2) = (1, x)$ 、 $x = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 1$ としたときの花火状フラクタル構造体における Δ_3 統計量を示す。第32図に、 $(\alpha_1, \alpha_2) = (0.6, x)$ 、 $x = 0, 0.2, 0.4, 0.6$ としたときの花火状フラクタル構造体における Δ_3 統計量を示す。 α_2 の減少とともに量子準位統計はPoisson 分布のそれから離れて行き、GOE分布のそれへと近づいて行く。

25 以上の制御性を定量的に評価するため、Berry-Robnikパラメータ ρ を利用する ((38)M. V. Berry and M. Robnik, J. Phys. A(Math. Gen.) 17, 2

413, (1984))。まず、 $\bar{\rho} = 1 - \rho$ としたとき、

$$P_2(s, \rho) = \rho^2 e^{-\rho s} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{\pi} \bar{\rho} s}{2}\right) + \left(2\rho \bar{\rho} + \frac{\pi \bar{\rho}^3 s}{2}\right) e^{-\rho s - \pi \bar{\rho}^2 s^2 / 4} \quad (64)$$

5 を導入する。ただし、

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty d\tau e^{-\tau^2} \quad (65)$$

を用いた。この関数 $P_2(s, \rho)$ は、 $\rho = 1$ の時 Poisson 分布の $P(s)$ と一致し、 $\rho = 0$ の時 GOE 分布の $P(s)$ と一致する。つまり、 ρ を 0 から 1 へと変化させることで、量子カオス系から可積分系までの量子準位統計を内挿することができる。さて、Berry-Robnik パラメータとは、数値計算によって得られた $P(s)$ を、上記 $P_2(s, \rho)$ で最適に近似した場合の ρ の値である。準古典近似の範囲で ρ は、
10 位相空間における正則領域（可積分系とそれから摂動展開可能な領域）
15 の体積比である。

第 3 3 図に、花火状フラクタル構造体における Berry-Robnik パラメータ ρ を示す。 $(\alpha_1, \alpha_2) = (2, x)$ とは、 $\alpha_1 = 2$ を固定して α_2 を横軸に取って変化させた場合の Berry-Robnik パラメータであり、 $(\alpha_1, \alpha_2) = (x, 0)$ とは、 $\alpha_2 = 0$ を固定して α_1 を横軸に取って変化させた場合の Berry-Robnik パラメータである。第 3 3 図から明らかなように、 (α_1, α_2) を所定の値に設定することで、量子カオス系から可積分系まで、幅広い量子系を実現することができることが分かった。

25 第 6 の実施形態

(1) 花火状フラクタル構造体の形成

この第 6 の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法は、
 第 1 の実施形態による花火状フラクタル構造体の形成方法と同様であ
 るが、成長条件としては $\tau_1 = 5000$ 、 $\tau_2 = 10000$ を固定し、
 $\alpha_1 > \alpha_2$ を満たす様々な (α_1, α_2) の組み合わせ、特に α_1 、
 5 α_2 として、0, 0.2, 0.4, 0.6, 1, 2 を用いて成長の数
 値実験を行った。

(2) 花火状フラクタル構造体上の相関電子系

(1) で定義された星状フラクタル構造体上に電子系を定義する。

T_n の元である格子点

$$10 \quad \mathbf{r}_p = (i_{1,p}, i_{2,p}, i_{3,p}) \in T_n \quad (66)$$

を考える。ただし、 $p = 0, 1, 2, \dots, n$ である。格子点

$\mathbf{r}_p \in T_n$ にスピン σ の電子を生成する演算子 $\hat{c}_{p,\sigma}^\dagger$ を定義する。も
 ちろん、反交換関係

$$\{\hat{c}_{p,\sigma}, \hat{c}_{q,\rho}^\dagger\} = \delta_{p,q} \delta_{\sigma,\rho} \quad (67)$$

15 が成り立つ。ここで、この電子系の単一バンド・ハバード・ハミルト
 ニアン \hat{H} は以下のように定義される。

$$\hat{H} = t \sum_{i,j,\sigma} \lambda_{i,j} \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \hat{c}_{j,\sigma} + U \sum_j \hat{n}_{j,1} \hat{n}_{j,1} \quad (68)$$

電子は近接しているサイト間のみで移動することができるものとし、

20 $\lambda_{p,q}$ として

$$\lambda_{p,q} = \begin{cases} 1 & \text{when } |\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q| = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (69)$$

を採用する。また、 j 番目のサイトのスピン σ 電子密度演算子

25 $\hat{n}_{j,\sigma} = \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \hat{c}_{j,\sigma}$ とその和 $\hat{n}_j = \sum_\sigma \hat{n}_{j,\sigma}$ を定義する。

さて、温度グリーン関数を定義するために、大正準ハミルトニアン

$\hat{K} = \hat{H} - \mu \hat{N}$ を導入する。ただし、 $\hat{N} = \sum_j \hat{n}_j$ である。ここで問題とするハーフフィールドにおいては、化学ポテンシャルは $\mu = U/2$ となる。ハーフフィールドの大正準ハミルトニアンは以下のように書くことができる。

$$5 \quad \hat{K} = t \sum_{i,j,\sigma} \lambda_{j,i} \hat{t}_{j,i,\sigma} + U/2 \sum_i (\hat{u}_i - 1) \quad (70)$$

演算子 $\hat{t}_{j,i,\sigma}, \hat{j}_{j,i,\sigma}, \hat{u}_i, \hat{d}_{i,\sigma}$ を

$$\hat{t}_{j,i,\sigma} = \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \hat{c}_{i,\sigma} + \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \hat{c}_{j,\sigma} \quad (71)$$

$$10 \quad \hat{j}_{j,i,\sigma} = \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \hat{c}_{i,\sigma} - \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \hat{c}_{j,\sigma} \quad (72)$$

$$\hat{u}_i = \hat{c}_{i,1}^\dagger \hat{c}_{i,1} \hat{c}_{i,1}^\dagger \hat{c}_{i,1} + \hat{c}_{i,1} \hat{c}_{i,1}^\dagger \hat{c}_{i,1} \hat{c}_{i,1}^\dagger \quad (73)$$

$$\hat{d}_{i,\sigma} = \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \hat{c}_{i,\sigma} - \hat{c}_{i,\sigma} \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \quad (74)$$

によって定義しておく。与えられた演算子 \hat{A}, \hat{B} に対し、 τ を虚時間として温度グリーン関数を定義すると

$$\langle \hat{A}; \hat{B} \rangle = - \int_0^\beta d\tau \langle T_\tau \hat{A}(\tau) \hat{B} \rangle e^{i\omega_n \tau} \quad (75)$$

である。オンサイトグリーン関数

$$20 \quad G_{j,\sigma}(i\omega_n) = \langle \hat{c}_{j,\sigma} \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle \quad (76)$$

は特に重要である。

系の虚時間発展は、ハイゼンベルグ方程式

$$\frac{d}{d\tau} \hat{A}(\tau) = [\hat{K}, \hat{A}] \quad (77)$$

25

により得られる。オンサイトグリーン関数の運動方程式として

$$i\omega_n \langle \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle = 1 + t \sum_{p,j} \lambda_{p,j} \langle \hat{c}_{p,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle + \frac{U}{2} \langle \hat{d}_{j,-\sigma} \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle \quad (78)$$

5 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100
 が得られる。さて、Grosに従い以下の近似を導入する（(35) C. Gros, Phys. Rev. B50, 7295 (1994)）。もし、p サイトが j サイトの最近接サイトであった場合、

$$\langle \hat{c}_{p,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle \rightarrow t \langle \hat{c}_{p,\sigma}; \hat{c}_{p,\sigma}^\dagger \rangle \langle \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle \quad (79)$$

の分解を近似として導入する。これは、無限次元ベレー格子のときに厳密になるとのことであるが、この場合はあくまで近似である。この近似のもと、以下の関係式が得られる。

$$(i\omega_n - t^2 \Gamma_{j,\sigma}) G_{j,\sigma} = 1 + \frac{U}{2} \langle \hat{d}_{j,-\sigma} \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle \quad (80)$$

ただし、

$$15 \quad \Gamma_{j,\sigma} = \sum_p \lambda_{p,j} G_{p,\sigma} \quad (81)$$

を導入した。得られた式を解くには、 $\langle \hat{d}_{j,-\sigma} \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle$ を調べる必要がある。この運動方程式はハーフフィルドの場合、

$$20 \quad i\omega_n \langle \hat{d}_{j,-\sigma} \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle = \frac{U}{2} G_{j,\sigma} - 2t \sum_p \lambda_{p,j} \langle \hat{j}_{p,j,-\sigma} \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle + t \sum_p \lambda_{p,j} \langle \hat{d}_{j,-\sigma} \hat{c}_{p,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle \quad (82)$$

となる。ここでまた、Grosの理論を参考に近似を導入する。それは、

$$25 \quad \langle \hat{j}_{p,j,-\sigma} \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle \rightarrow -t G_{p,-\sigma} \langle \hat{d}_{j,-\sigma} \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle \quad (83)$$

$$\langle \hat{d}_{j,-\sigma} \hat{c}_{p,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle \rightarrow t G_{p,\sigma} \langle \hat{d}_{j,-\sigma} \hat{c}_{j,\sigma}; \hat{c}_{j,\sigma}^\dagger \rangle \quad (84)$$

という置き換えである。この置き換えを行うことにより、以下の閉じた方程式が得られる。

$$(i\omega_n - t^2\Gamma_{j,\sigma}) G_{j,\sigma} = 1 + \frac{(U/2)^2}{i\omega_n - t^2\Gamma_{j,\sigma} - 2t^2\Gamma_{j,-\sigma}} G_{j,\sigma} \quad (85)$$

5

ここではスピンの依存性はないものとする。つまり、

$$G_j = G_{j,\uparrow} = G_{j,\downarrow} \quad (86)$$

を仮定して以下の計算を行う。小さい δ に対して $i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta$ と解析接続すると、

$$D_j(\omega) = -\text{Im}G_j(\omega + i\delta) \quad (87)$$

10

がサイト j の局所状態密度、

$$D(\omega) = -\frac{1}{n+1} \sum_j D_j(\omega) \quad (88)$$

15 が系の状態密度となるからである。後に状態密度を数値計算する場合、 $\delta = 0.0001$ を用いることにする。

(1) で得られた花火状フラクタル構造体に関し、 $t = 1$ 、 $\tau_1 = 5000$ 、 $\tau_2 = 10000$ を固定し、状態密度を計算する。第34図、第35図および第36図に、 $(\alpha_1, \alpha_2) = (x, 0)$ 、 $x = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 1, 2$ としたときの花火状フラクタル構造体におけるハーフフィルドの電子系(10001個の電子)の状態密度を示す。第34図では $U = 6$ を、第35図では $U = 7$ を、第36図では $U = 8$ を用いた。 $\alpha_1 = 0$ の場合、構造は $\alpha = 0$ の単純フラクタルと同一であり、フラクタル次元が3 ($D_f \sim 2.91$) に近い。

20 第34図では全ての α_1 において、 $\omega = 0$ での状態密度 $D(0)$ が有限であって、この電子系は金属相にある。 α_1 が増加して行くに従い、

25

D (0) が減少して行き、絶縁体へと近づいて行く。第 3 5 図では α_1 < 1 において、 $\omega = 0$ での状態密度 D (0) が有限であって、この電子系は金属相にある。しかし、 $\alpha_1 = 2$ となると、ほとんど D (0) が消失し、モット絶縁体化が起こる。第 3 6 図では α_1 の増加に伴い、

5 D (0) の消失が起こって、典型的なモット転移が生じる。

第 3 7 図、第 3 8 図および第 3 9 図に、 $(\alpha_1, \alpha_2) = (x, 0.2)$ 、 $x = 0.2, 0.4, 0.6, 1, 2$ としたときの花火状フラクタル構造体におけるハーフフィルドの電子系 (1 0 0 0 1 個の電子) の状態密度を示す。第 3 7 図では $U = 6$ を、第 3 8 図では $U = 7$ を、

10 第 3 9 図では $U = 8$ を用いた。 $\alpha_1 = 0.2$ の場合、構造は $\alpha = 0.2$ の単純フラクタルと同一である。第 3 7 図では全ての α_1 において、 $\omega = 0$ での状態密度 D (0) が有限であって、この電子系は金属相にある。 α_1 が増加して行くに従い、D (0) が減少して行き、絶縁体へと近づいて行く。第 3 8 図では $\alpha_1 < 1$ において、 $\omega = 0$ での状態

15 密度 D (0) が有限であって、この電子系は金属相にある。しかし、 $\alpha_1 = 2$ となると、ほとんど D (0) が消失し、モット絶縁体化が起こる。第 3 9 図では全ての α_1 でモット絶縁体として振る舞うが、その絶縁性、つまりは電子間の相関効果は、 α_1 の増加に伴い増加しているのが分かる。実効的ハバードギャップの幅が α_1 の増加に伴い増加

20 しているからである。

第 4 0 図、第 4 1 図および第 4 2 図に、 $(\alpha_1, \alpha_2) = (x, 0.4)$ 、 $x = 0.4, 0.6, 1, 2$ としたときの花火状フラクタル構造体におけるハーフフィルドの電子系 (1 0 0 0 1 個の電子) の状態密度を示す。第 4 0 図では $U = 6$ を、第 4 1 図では $U = 7$ を、第 4 2

25 図では $U = 8$ を用いた。 $\alpha_1 = 0.4$ の場合、構造は $\alpha = 0.4$ の単純フラクタルと同一である。第 4 0 図では全ての α_1 において、 $\omega =$

0での状態密度 $D(0)$ が有限であって、この電子系は金属相にある。 α_1 が増加して行くに従い、 $D(0)$ が減少して行き、絶縁体へと近づいて行く。第41図では α_1 の増加に伴い、 $D(0)$ の消失が起こって、典型的なモット転移が生じる。第42図では全ての α_1 でモット絶縁体として振る舞うが、その絶縁性、つまりは電子間の相関効果は、 α_1 の増加に伴い増加しているのが分かる。実効的ハバードギャップの幅が α_1 の増加に伴い増加しているからである。

第43図、第44図および第45図に $(\alpha_1, \alpha_2) = (2, x)$ 、 $x = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 1, 2$ としたときの花火状フラクタル構造体におけるハーフフィルドの電子系(10001個の電子)の状態密度を示す。第43図では $U = 6$ を、第44図では $U = 7$ を、第45図では $U = 8$ を用いた。 $\alpha_2 = 2$ の場合、構造は $\alpha = 2$ の単純フラクタルと同一であり、フラクタル次元が2($D_f \sim 2.16$)に近い。第43図では全ての α_2 において、 $\omega = 0$ での状態密度 $D(0)$ が有限であって、この電子系は金属相にある。 α_2 が増加して行くに従い、 $D(0)$ が減少して行き、絶縁体へと近づいて行く。第44図および第45図では全ての α_2 でモット絶縁体として振る舞うが、その絶縁性、つまりは電子間の相関効果は、 α_2 の増加に伴い増加しているのが分かる。実効的ハバードギャップの幅が α_2 の増加に伴い増加しているからである。

第46図、第47図および第48図に $(\alpha_1, \alpha_2) = (1, x)$ 、 $x = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 1$ としたときの花火状フラクタル構造体におけるハーフフィルドの電子系(10001個の電子)の状態密度を示す。第46図では $U = 6$ を、第47図では $U = 7$ を、第48図では $U = 8$ を用いた。 $\alpha_2 = 1$ の場合、構造は $\alpha = 1$ の単純フラクタルと同一である。第46図では全ての α_2 において、 $\omega = 0$ での

状態密度 $D(0)$ が有限であって、この電子系は金属相にある。第 4
7 図では α_2 の増加に伴い、 $D(0)$ の消失が起こって、典型的なモ
ット転移が生じる。第 4 8 図では全ての α_2 でモット絶縁体として振
る舞うが、その絶縁性、つまりは電子間の相関効果は、 α_2 の増加に
5 に伴い増加しているのが分かる。実効的ハバードギャップの幅が α_2 の
増加に伴い増加しているからである。

第 4 9 図、第 5 0 図および第 5 1 図に $(\alpha_1, \alpha_2) = (0.6, x)$ 、 $x = 0, 0.2, 0.4, 0.6$ としたときの花火状フラクタル構造体におけるハーフフィルドの電子系 (1 0 0 0 1 個の電子) の
10 状態密度を示す。第 4 9 図では $U = 6$ を、第 5 0 図では $U = 7$ を、第
5 1 図では $U = 8$ を用いた。 $\alpha_2 = 0.6$ の場合、構造は $\alpha = 0.6$
の単純フラクタルと同一である。第 4 9 図および第 5 0 図では全ての
 α_2 において、 $\omega = 0$ での状態密度 $D(0)$ が有限であって、この電
子系は金属相にある。 α_2 が増加して行くに従い、 $D(0)$ が減少し
15 て行き、絶縁体へと近づいて行く。第 5 1 図では全ての α_2 でモット
絶縁体として振る舞うが、その絶縁性、つまりは電子間の相関効果は、
 α_2 の増加に伴い増加しているのが分かる。実効的ハバードギャップ
の幅が α_2 の増加に伴い増加しているからである。

以上の解析より、 (α_1, α_2) を変化させることで、金属相から
20 絶縁相まで幅広い相関電子系を実現することができることが分かった。
特に、成長初期のフラクタル次元として $D_f < 2.3$ 程度、または成
長終期のフラクタル次元として $D_f > 2.7$ 程度の条件を満たすとき、
著しく良好な制御性が得られる。

以上、この発明の実施形態につき具体的に説明したが、この発明は、
25 上述の実施形態に限定されるものではなく、この発明の技術的思想に
基づく各種の変形が可能である。

- 以上説明したように、この発明によれば、フラクタル構造の成長条件を時間的に変化させ、低いフラクタル次元が得られる成長条件で成長を行った後、成長条件を切り替えて高いフラクタル次元が得られる成長条件で成長を行うことで、互いにフラクタル次元が異なる複数の
- 5 領域が交じり合った花火状のフラクタル構造体を得ることができ、従来の単純なフラクタル性を越えた設計方法により材料の次元性を変調・制御することができる。そして、これらのフラクタル構造体において、成長条件の切り替えのタイミングを調整することなどにより、このフラクタル構造体において発現する様々な相転移の性質を制御する
- 10 ことができる。また、フラクタル次元の最適化により、制御性の向上を図ることができる。

請 求 の 範 囲

1. 自己相似性を特徴付けるフラクタル次元が互いに異なる複数の領域を有するフラクタル構造体の形成方法であって、

- 5 一つまたは複数の起点からフラクタル構造の成長を行い、その成長過程において、成長を開始した時刻から第1の時刻までは第1のフラクタル次元が得られるような成長条件を用いて成長を行い、上記第1の時刻から第2の時刻までは第1のフラクタル次元より低い第2のフラクタル次元が得られるような成長条件を用いて成長を行うことにより
- 10 形成された

ことを特徴とするフラクタル構造体。

2. 上記成長条件の切り替えのタイミングを調整することにより、そのフラクタル構造体において発現する相転移の性質が制御されていることを特徴とする請求の範囲1記載のフラクタル構造体。

- 15 3. 上記成長条件の切り替えのタイミングを調整することにより、そのフラクタル構造体において発現する強磁性相転移の臨界温度が制御されている

ことを特徴とする請求の範囲1記載のフラクタル構造体。

4. 上記成長条件の切り替えのタイミングを調整することにより、そのフラクタル構造体において発現するカオスの性質が制御されていることを特徴とする請求の範囲1記載のフラクタル構造体。
- 20 5. 上記成長条件の切り替えのタイミングを調整することにより、そのフラクタル構造体において発現する電子状態における量子カオスが制御されている

- 25 ことを特徴とする請求の範囲1記載のフラクタル構造体。

6. 上記電子状態における量子カオスが磁性不純物添加により制御さ

れている

ことを特徴とする請求の範囲 5 記載のフラクタル構造体。

7. 上記複数の領域が全体として花火状の形状を有する

ことを特徴とする請求の範囲 1 記載のフラクタル構造体。

5 8. 上記第 1 のフラクタル次元を D_{f1} 、上記第 2 のフラクタル次元を D_{f2} としたとき、 $D_{f1} > 2.7$ かつ $D_{f2} < 2.3$ である

ことを特徴とする請求の範囲 1 記載のフラクタル構造体。

9. 上記第 1 のフラクタル次元を D_{f1} 、上記第 2 のフラクタル次元を D_{f2} としたとき、 $2.7 < D_{f1} \leq 3$ かつ $1 \leq D_{f2} < 2.3$ である

10 ことを特徴とする請求の範囲 1 記載のフラクタル構造体。

10. 上記第 1 のフラクタル次元を D_{f1} 、上記第 2 のフラクタル次元を D_{f2} としたとき、 $2.9 \leq D_{f1} \leq 3$ かつ $1 \leq D_{f2} < 2.3$ である

ことを特徴とする請求の範囲 1 記載のフラクタル構造体。

11. 自己相似性を特徴付けるフラクタル次元が互いに異なる複数の

15 領域を有するフラクタル構造体の形成方法であって、

——一つまたは複数の起点からフラクタル構造の成長を行い、その成長過程において、成長を開始した時刻から第 1 の時刻までは第 1 のフラクタル次元が得られるような成長条件を用いて成長を行い、上記第 1 の時刻から第 2 の時刻までは第 1 のフラクタル次元より低い第 2 のフラクタル次元が得られるような成長条件を用いて成長を行うようにした

ことを特徴とするフラクタル構造体の形成方法。

12. 上記成長条件の切り替えのタイミングを調整することにより、そのフラクタル構造体において発現する相転移の性質を制御するようにした

25

ことを特徴とする請求の範囲 11 記載のフラクタル構造体の形成方

法。

13. 上記成長条件の切り替えのタイミングを調整することにより、そのフラクタル構造体において発現する強磁性相転移の臨界温度を制御するようにした

5 ことを特徴とする請求の範囲11記載のフラクタル構造体の形成方法。

14. 上記成長条件の切り替えのタイミングを調整することにより、そのフラクタル構造体において発現するカオスの性質を制御するようにした

10 ことを特徴とする請求の範囲11記載のフラクタル構造体の形成方法。

15. 上記成長条件の切り替えのタイミングを調整することにより、そのフラクタル構造体において発現する電子状態における量子カオスを制御するようにした

15 ことを特徴とする請求の範囲11記載のフラクタル構造体の形成方法。

16. 上記電子状態における量子カオスを磁性不純物添加により制御するようにした

20 ことを特徴とする請求の範囲15記載のフラクタル構造体の形成方法。

17. 上記第1のフラクタル次元を D_{f1} 、上記第2のフラクタル次元を D_{f2} としたとき、 $D_{f1} > 2.7$ かつ $D_{f2} < 2.3$ である

ことを特徴とする請求の範囲11記載のフラクタル構造体の形成方法。

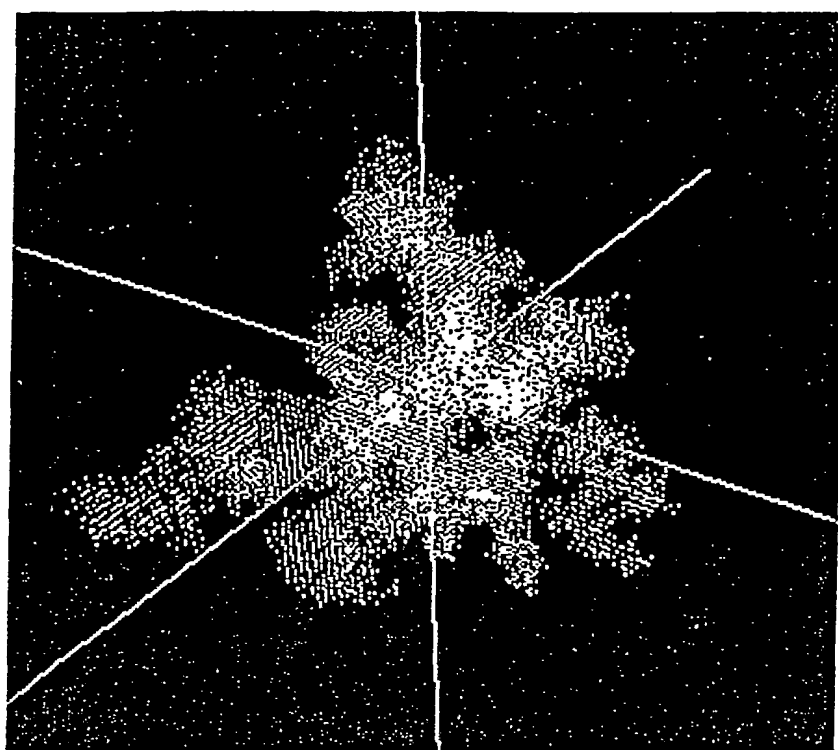
25 18. 上記第1のフラクタル次元を D_{f1} 、上記第2のフラクタル次元を D_{f2} としたとき、 $2.7 < D_{f1} \leq 3$ かつ $1 \leq D_{f2} < 2.3$ である

ことを特徴とする請求の範囲 1 1 記載のフラクタル構造体の形成方法。

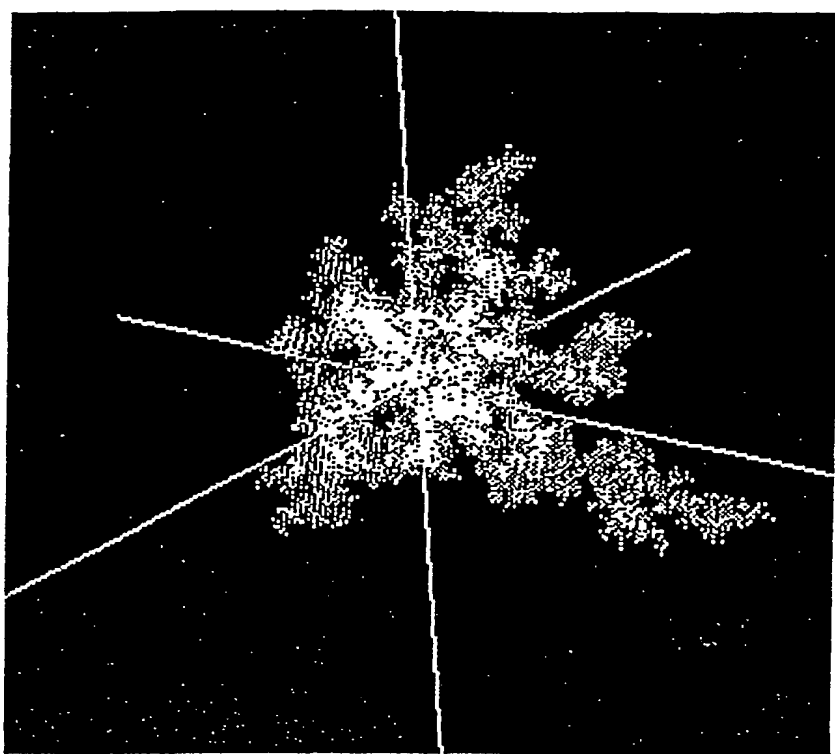
1 9. 上記第 1 のフラクタル次元を D_{f1} 、上記第 2 のフラクタル次元を D_{f2} としたとき、 $2.9 \leq D_{f1} \leq 3$ かつ $1 \leq D_{f2} < 2.3$ である

5 ことを特徴とする請求の範囲 1 1 記載のフラクタル構造体の形成方法。

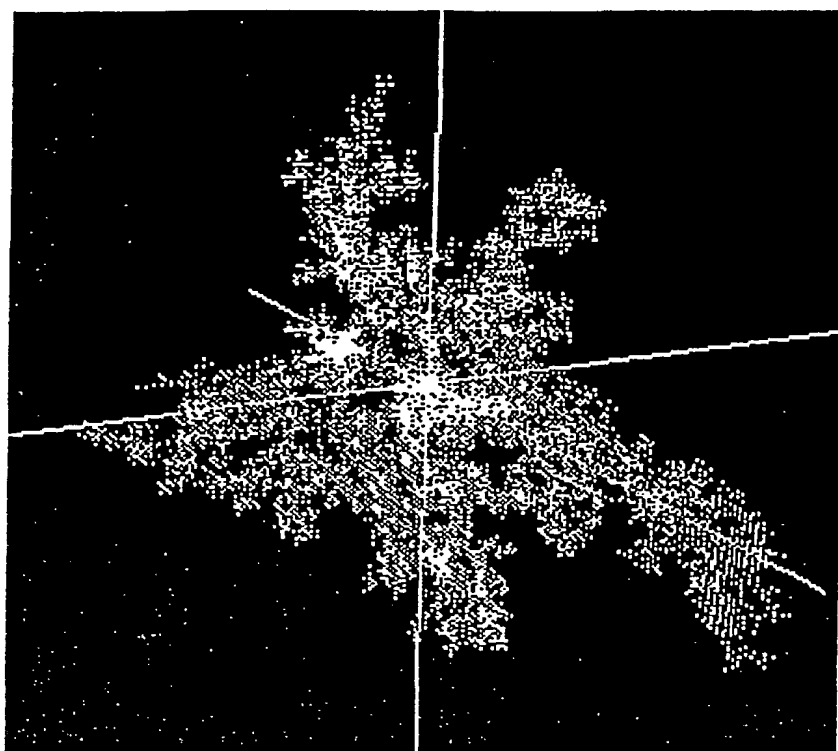
第 1 図



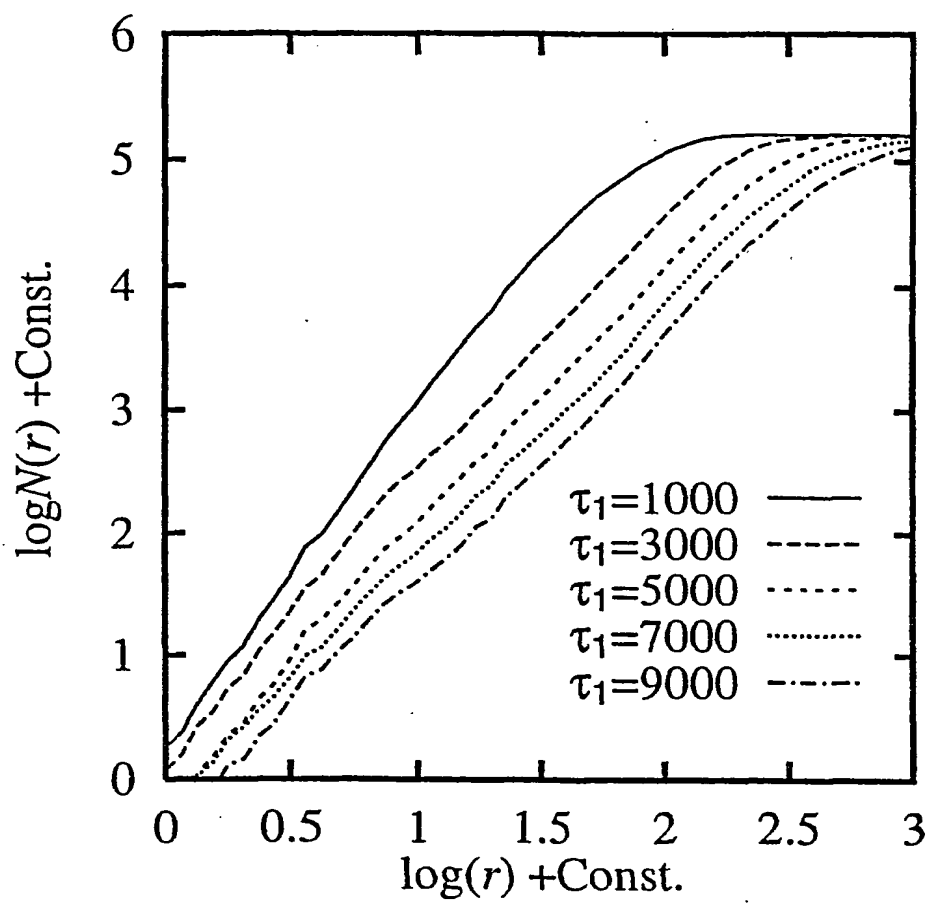
第 2 図



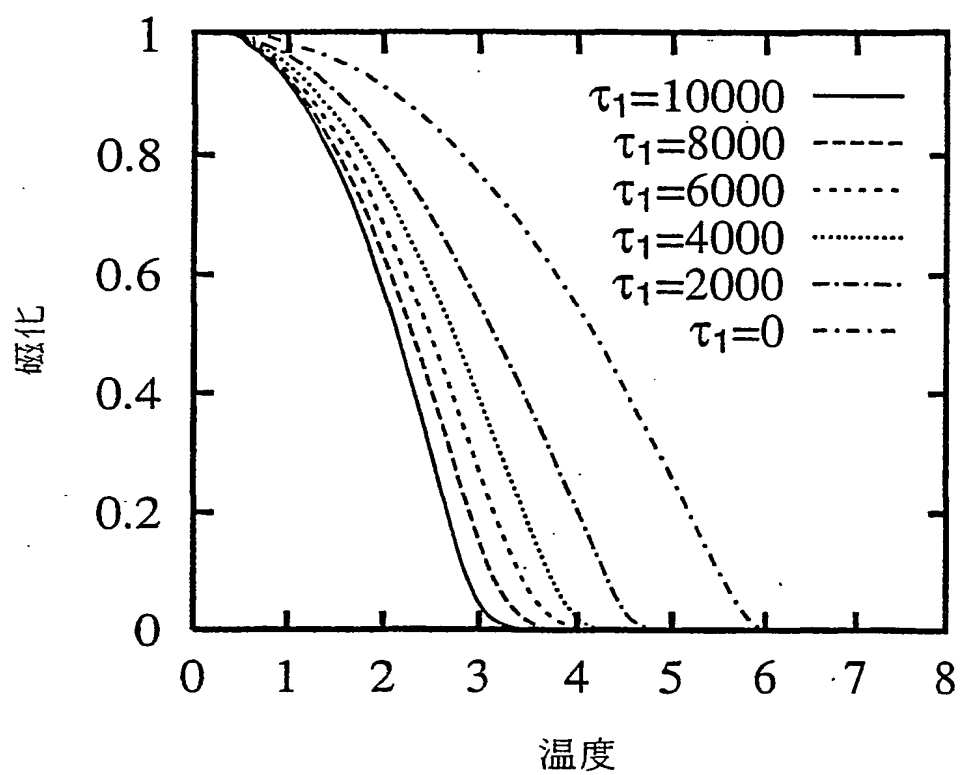
第 3 図



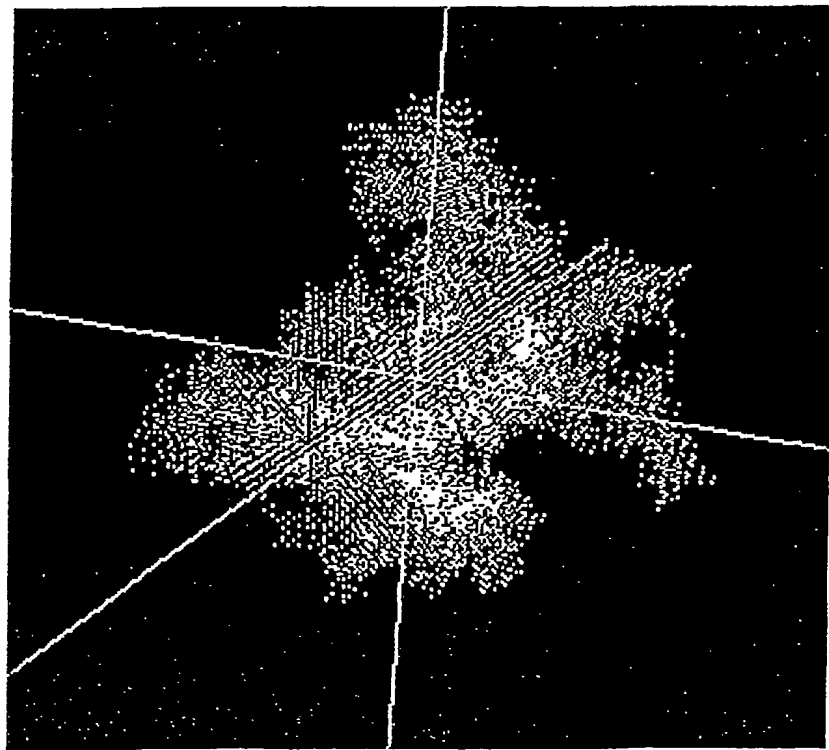
第 4 図



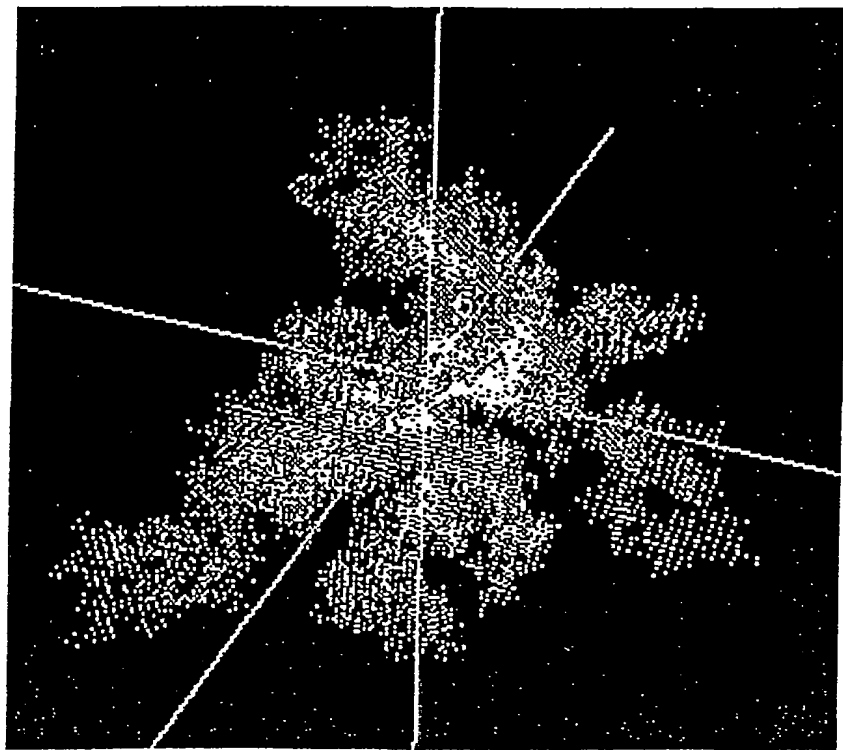
第 5 図



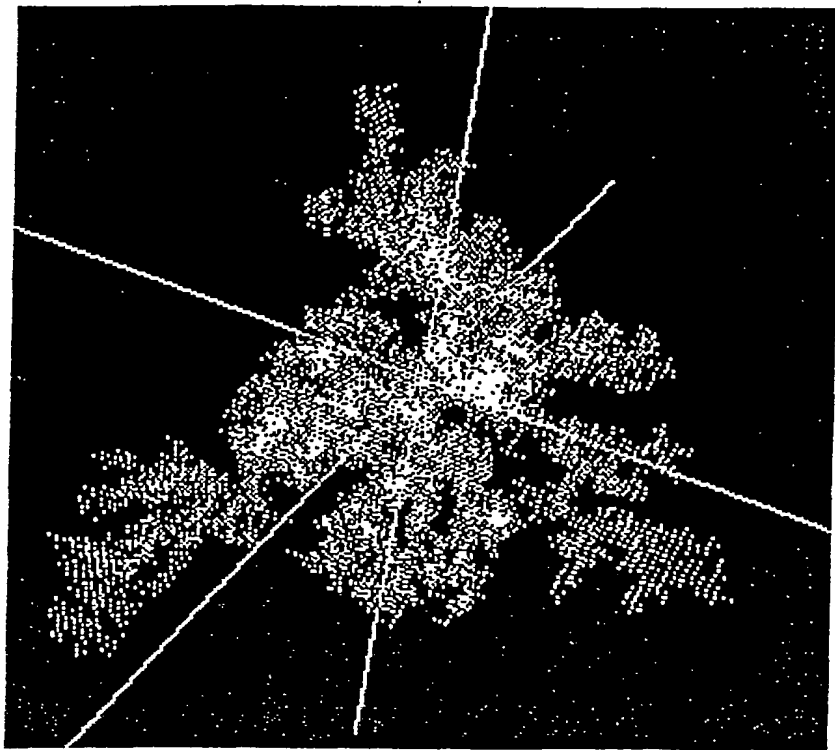
第 6 図



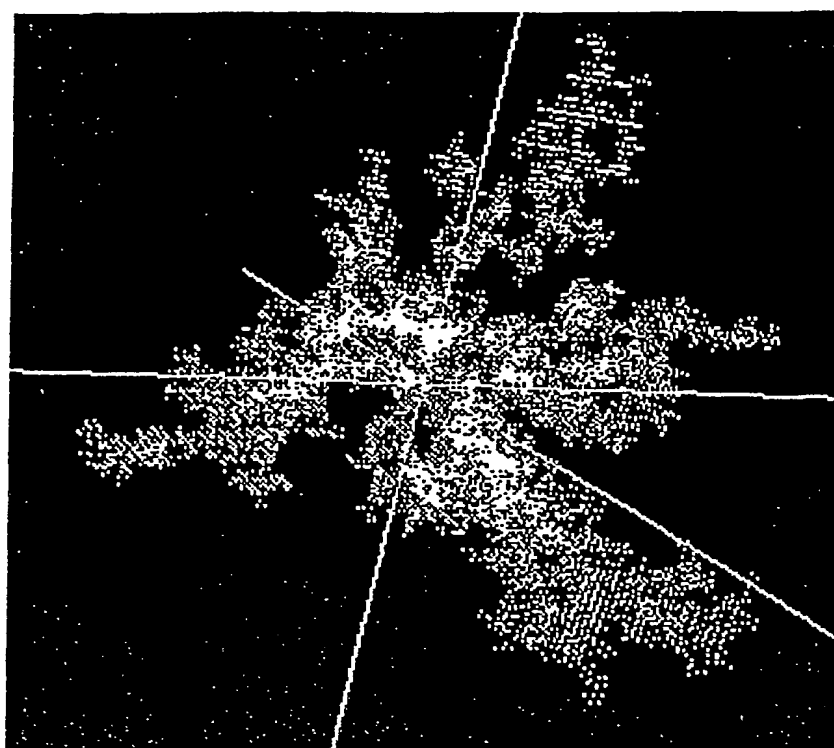
第7図



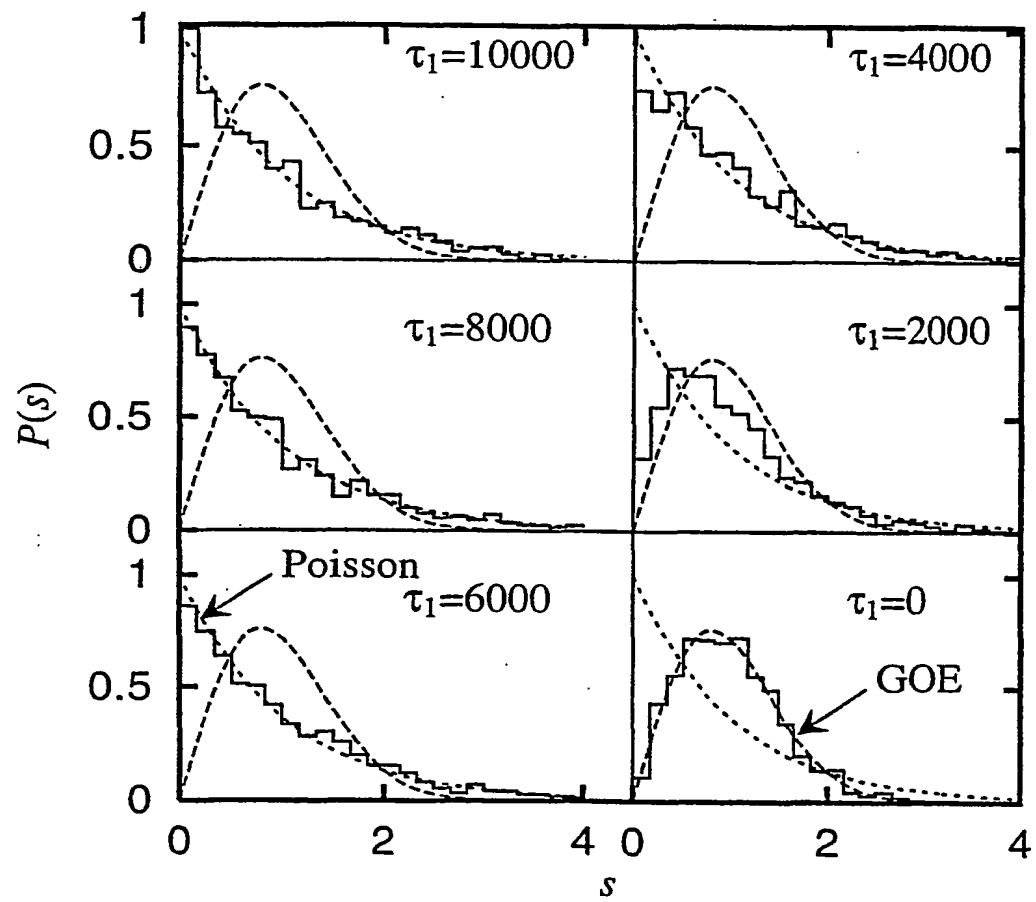
第 8 図



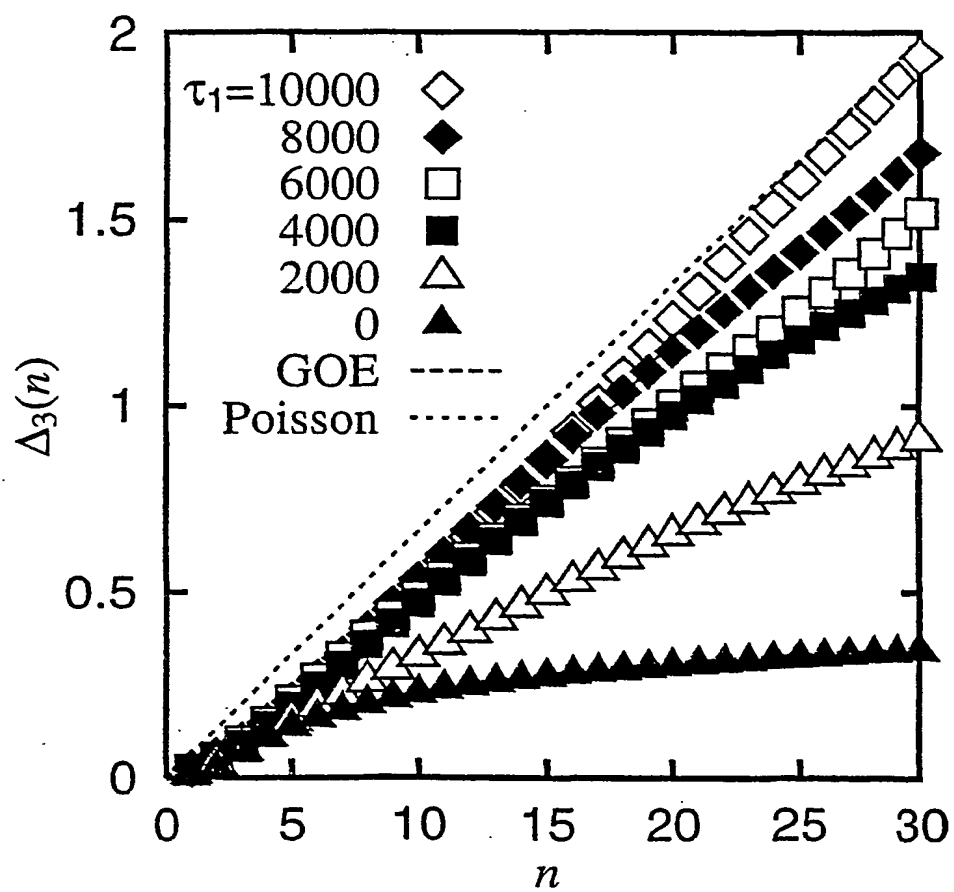
第 9 図



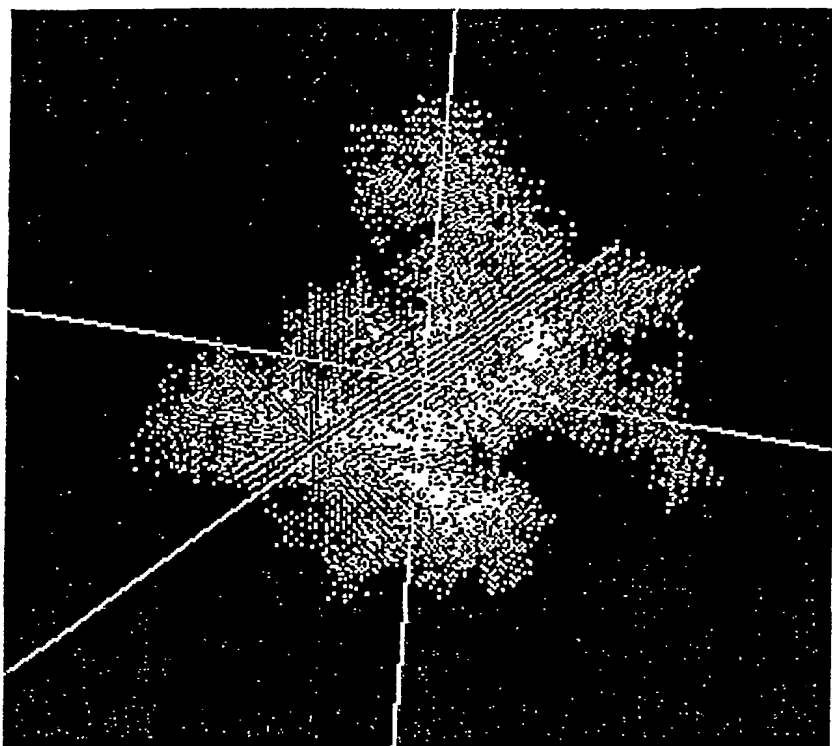
第 10 図



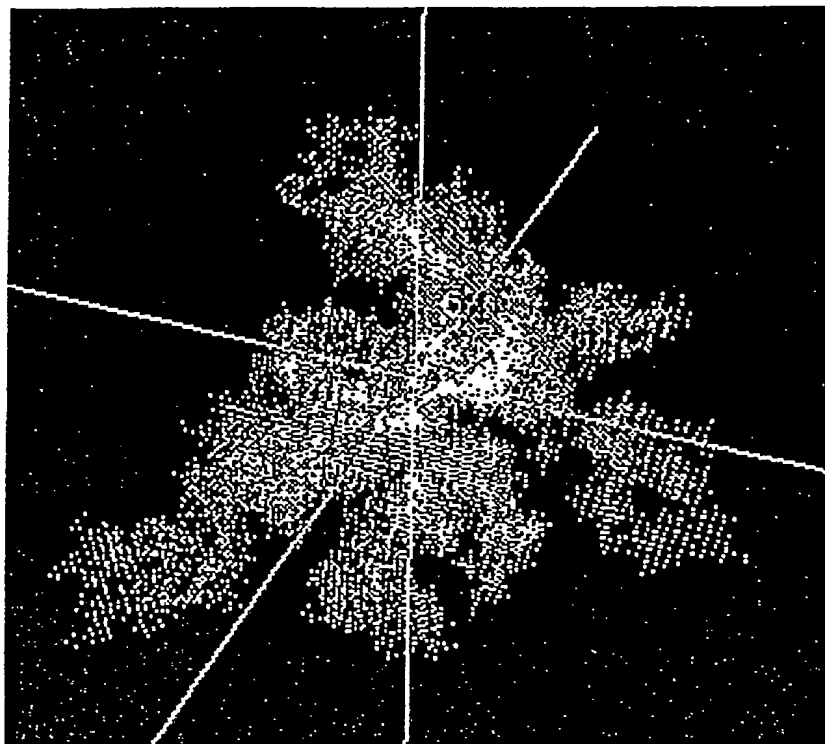
第 1 1 図



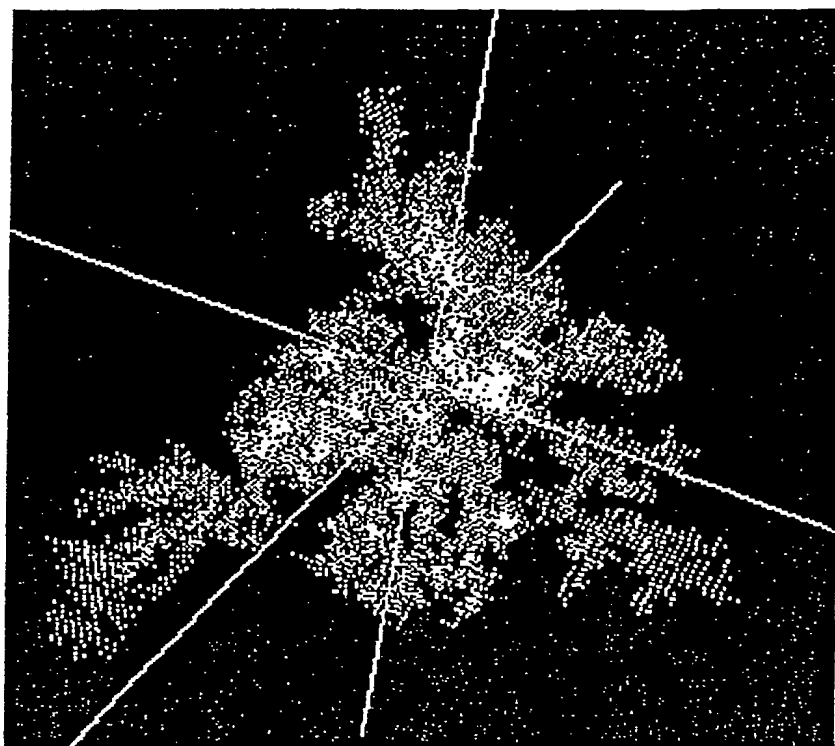
第 1 2 図



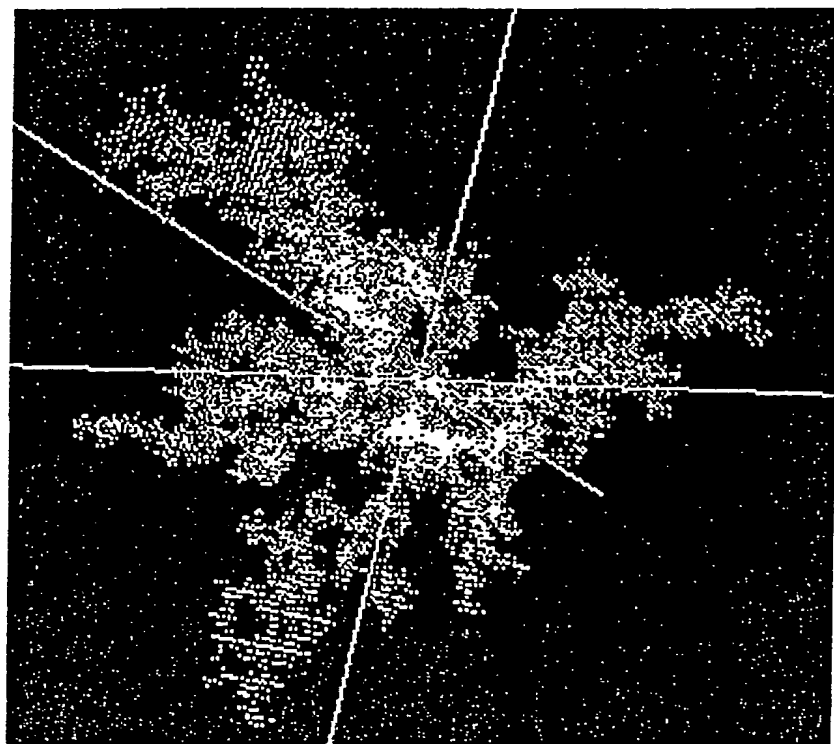
第 1 3 図



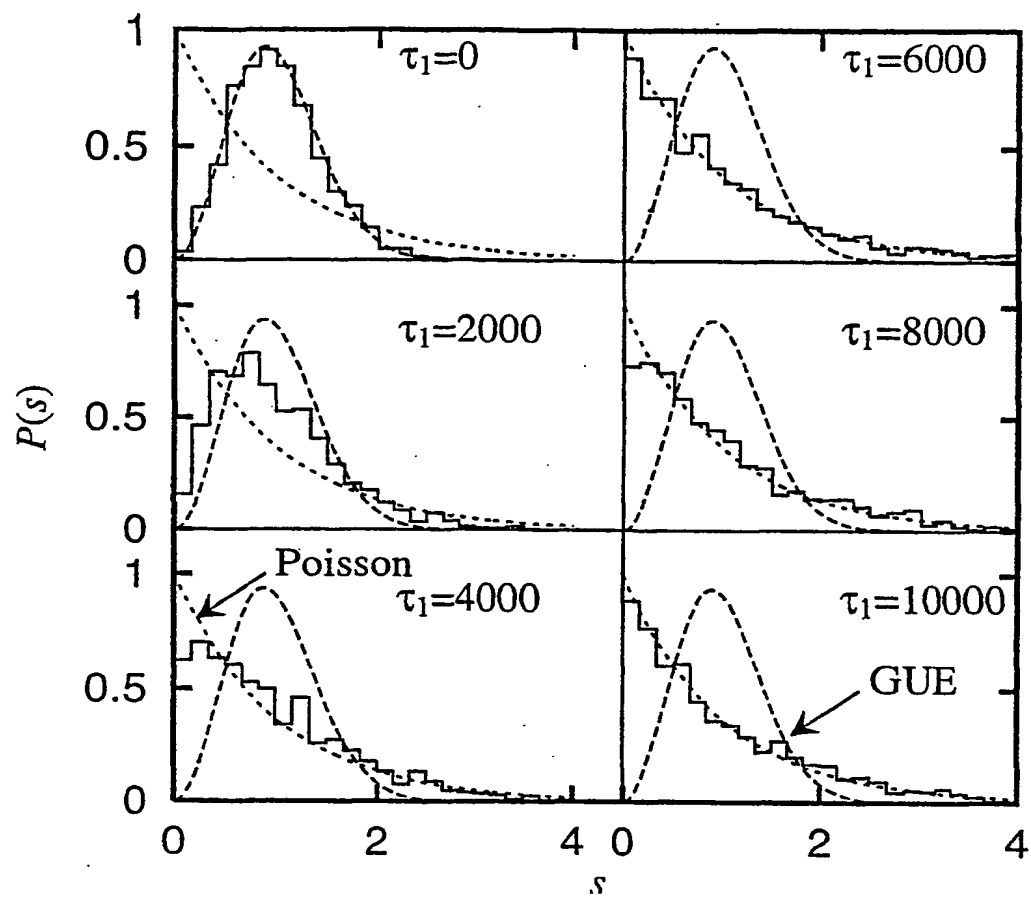
第 1 4 図



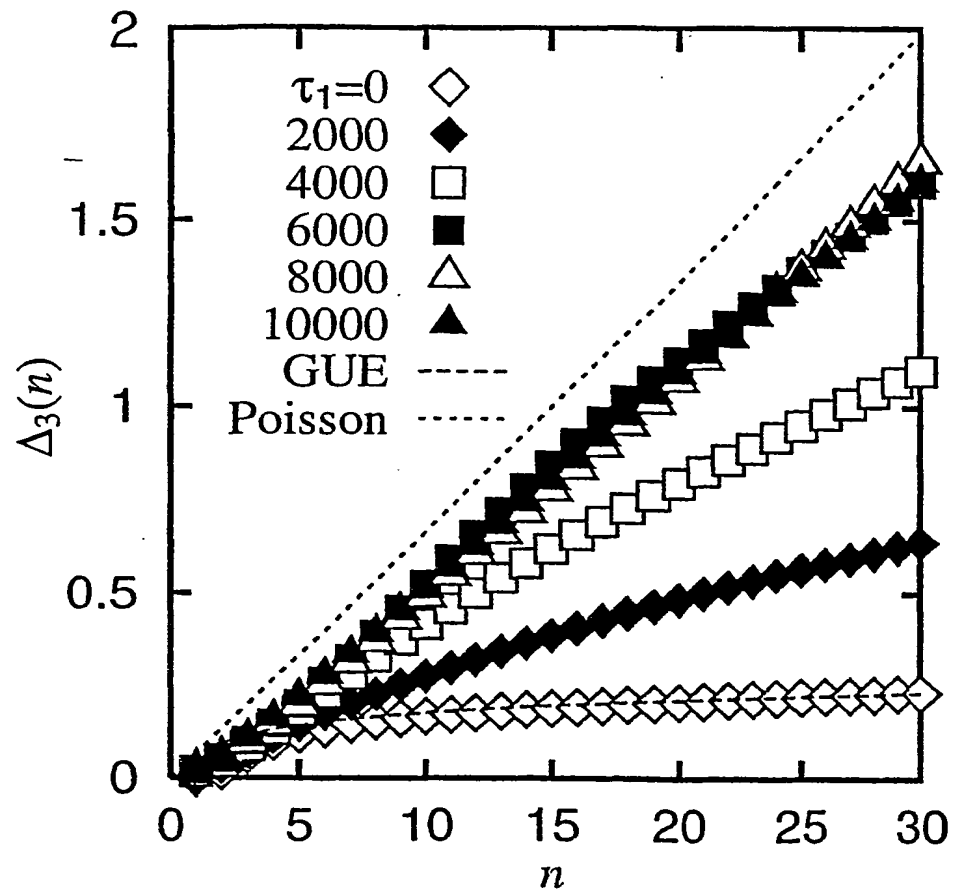
第 1 5 図



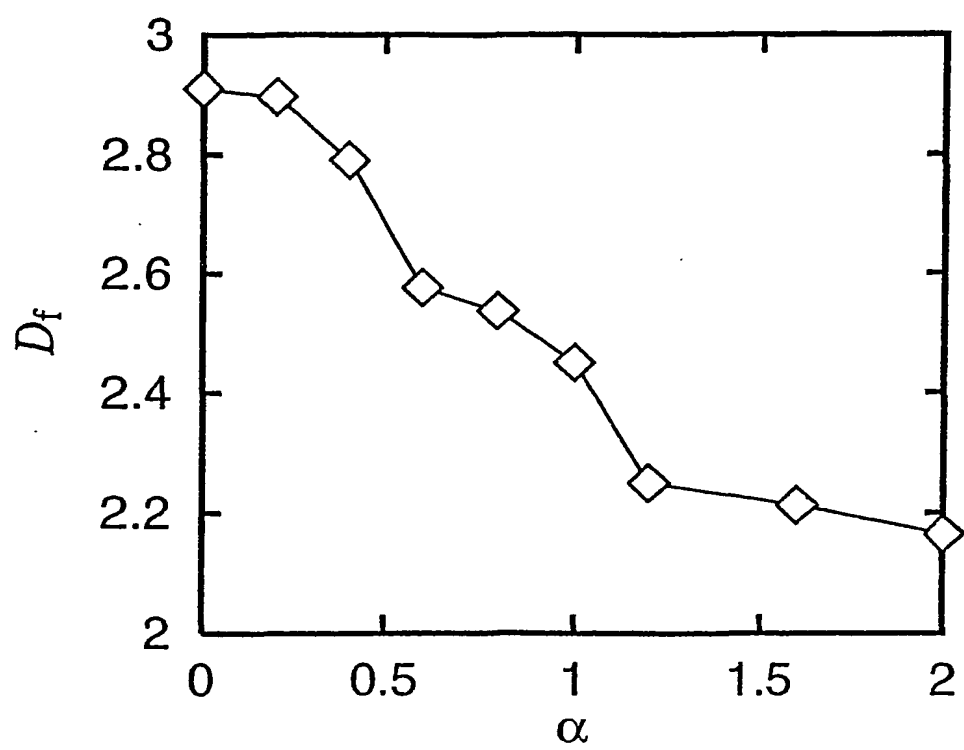
第 1 6 図



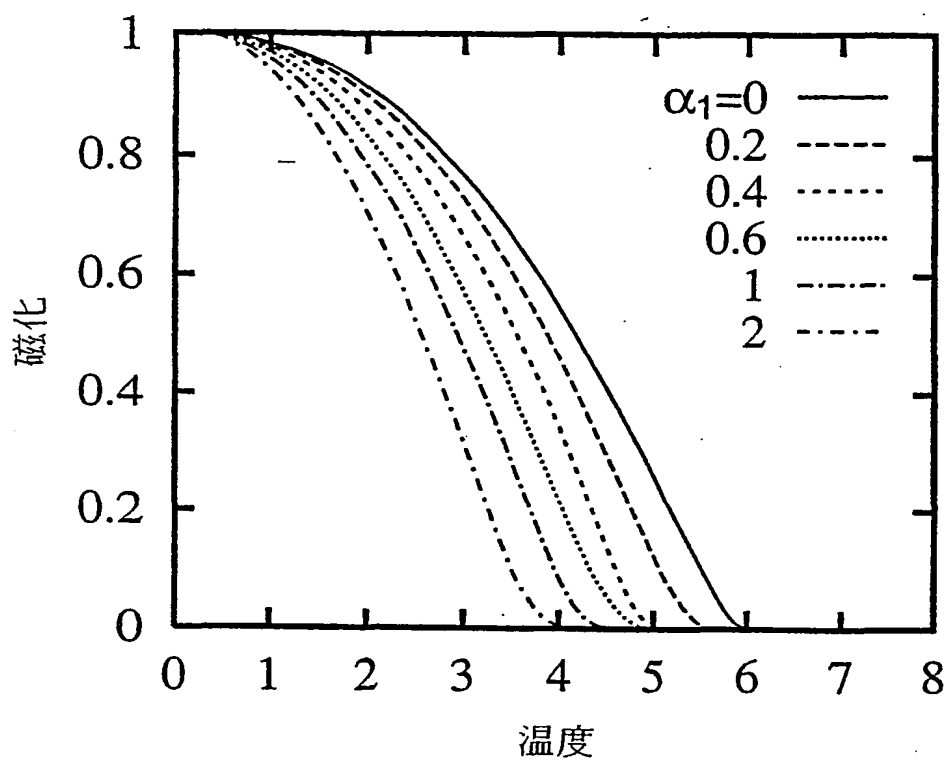
第 17 図



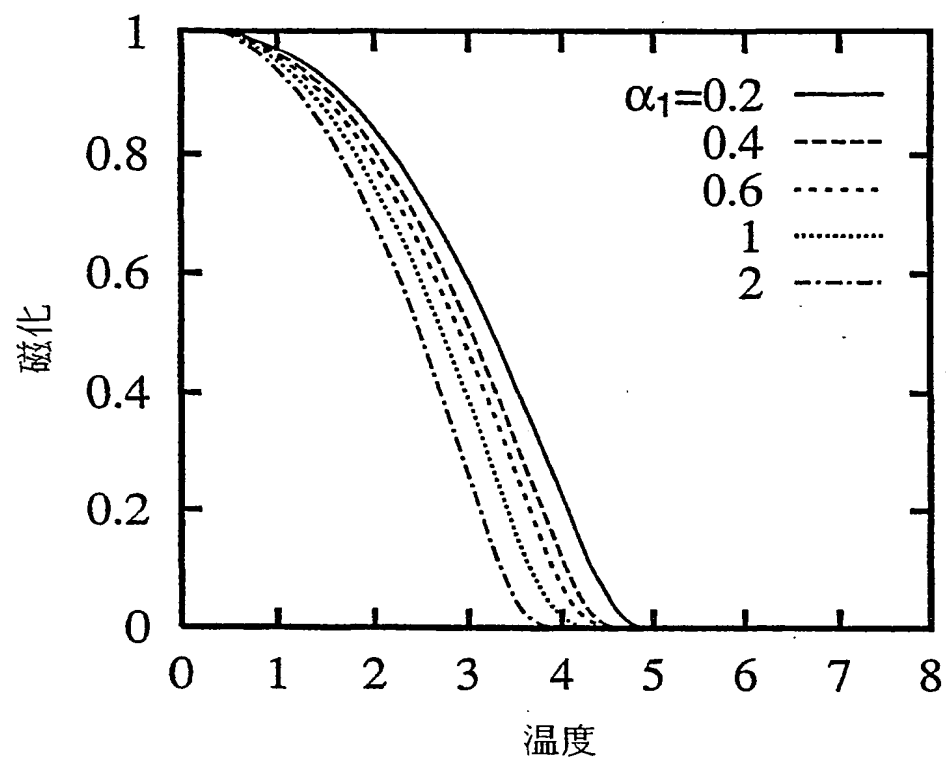
第 1 8 図



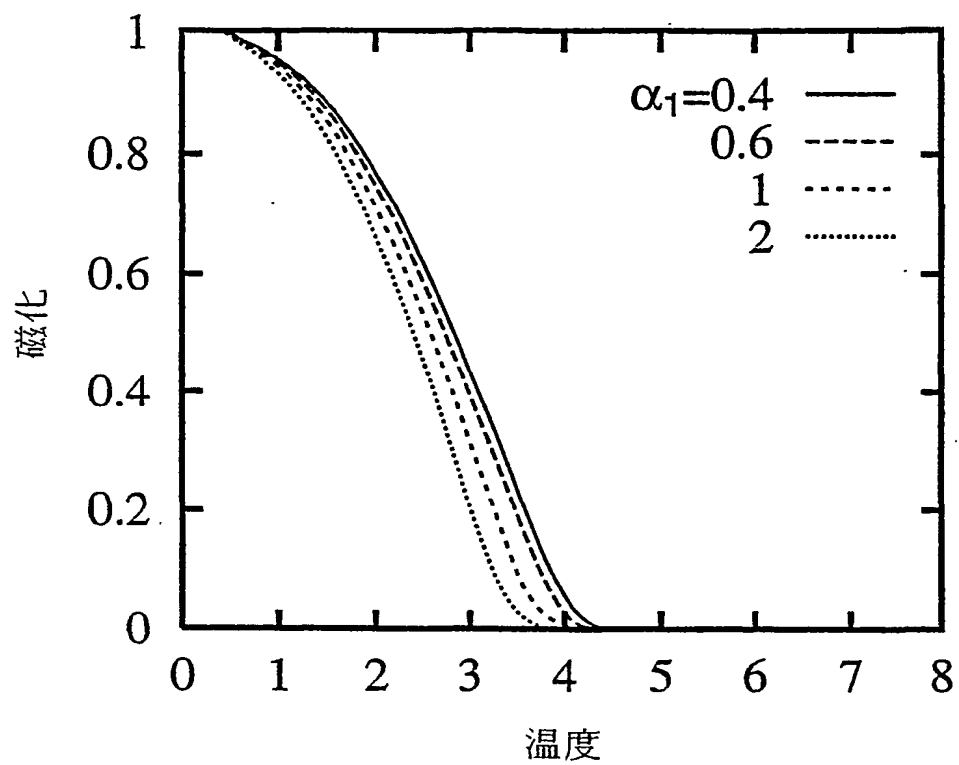
第 1 9 図



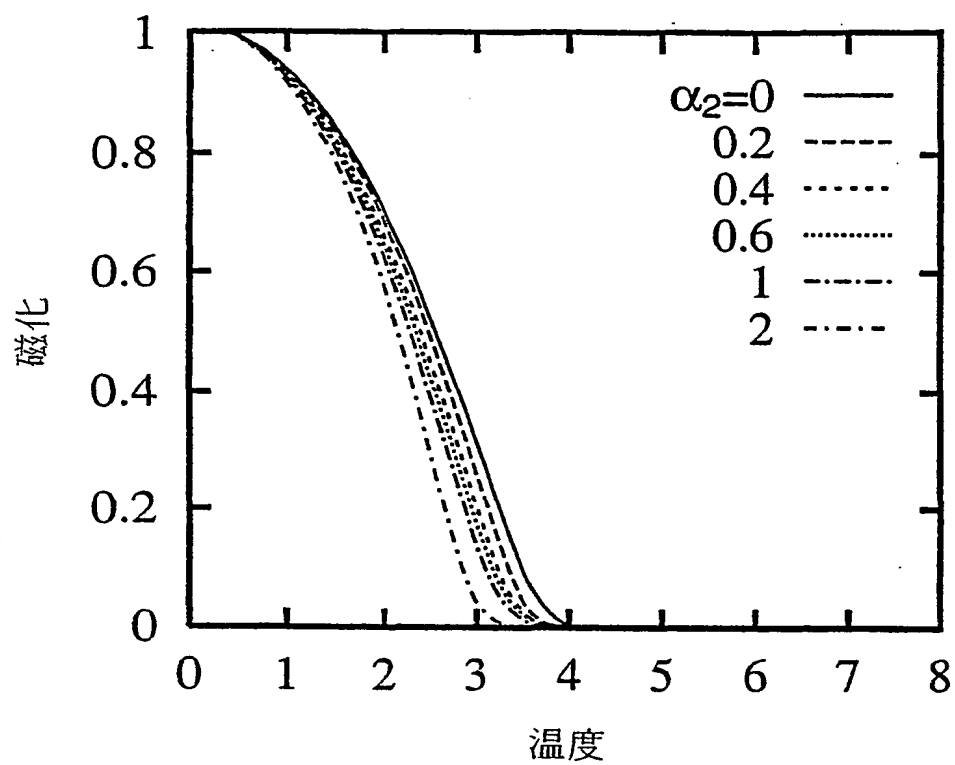
第 2 0 図



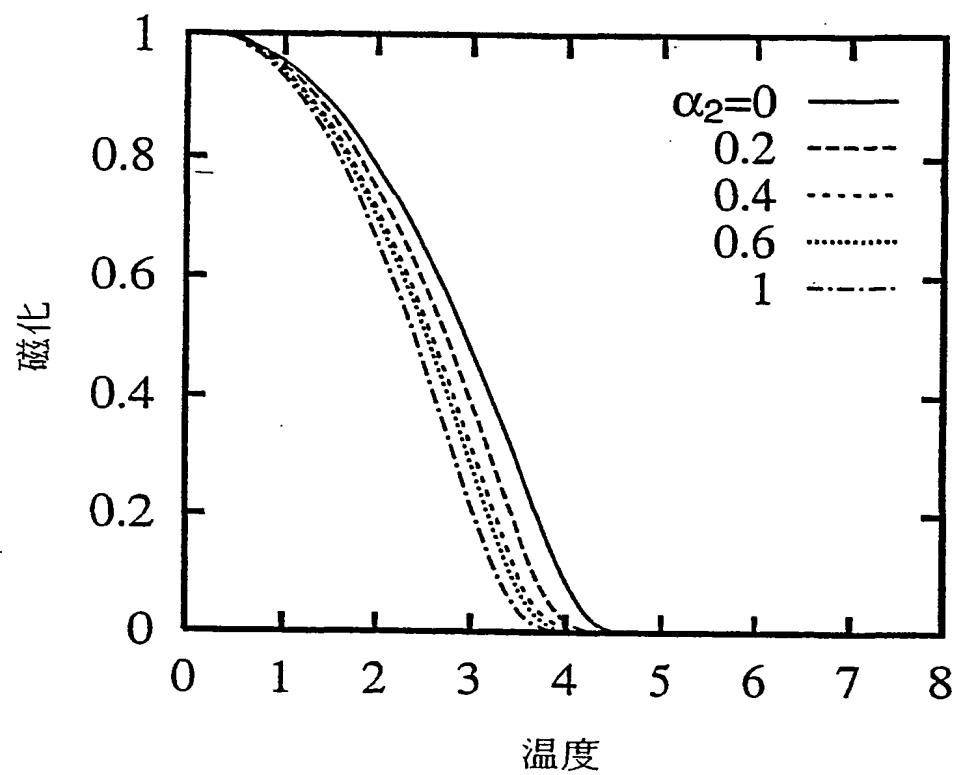
第 2 1 図



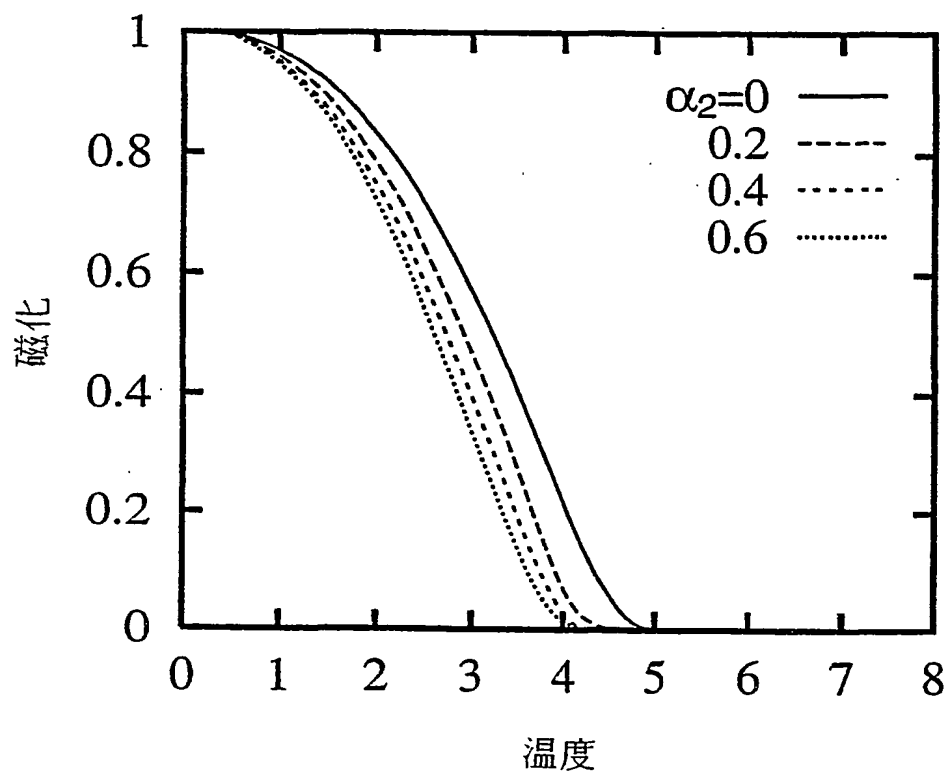
第 2 2 図



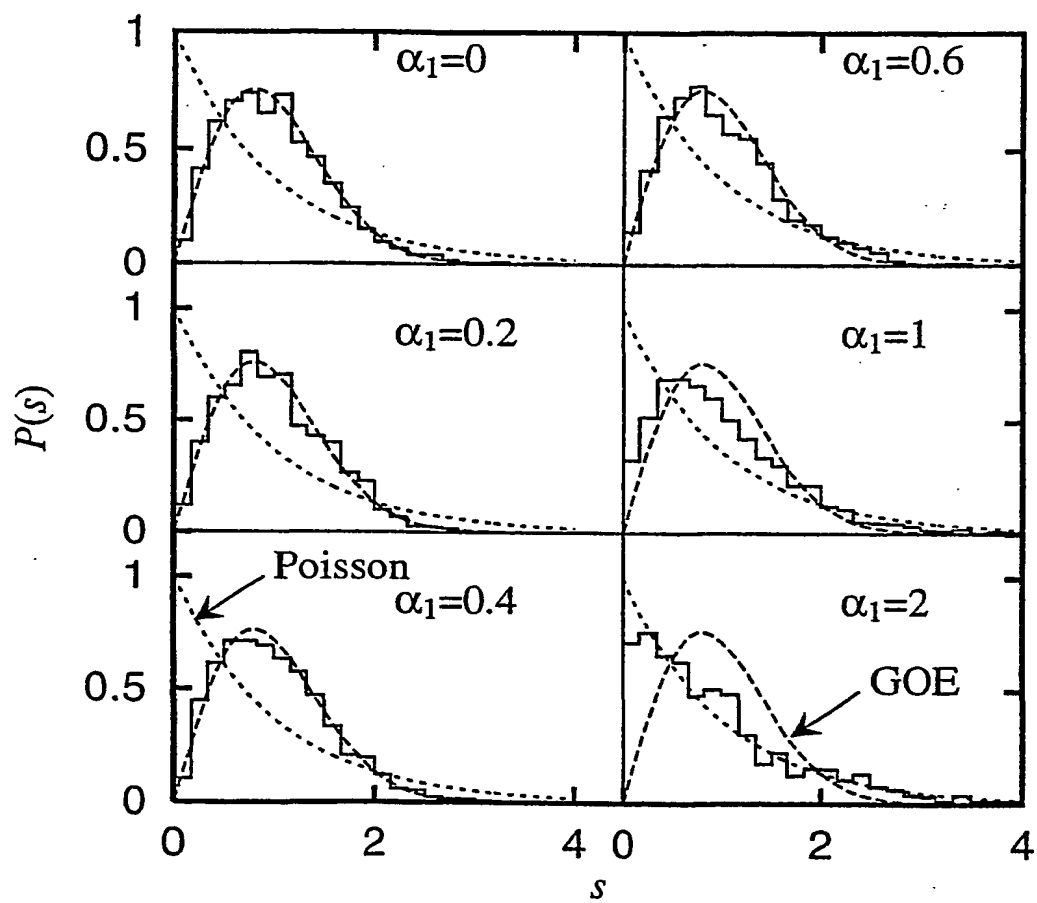
第 2 3 図



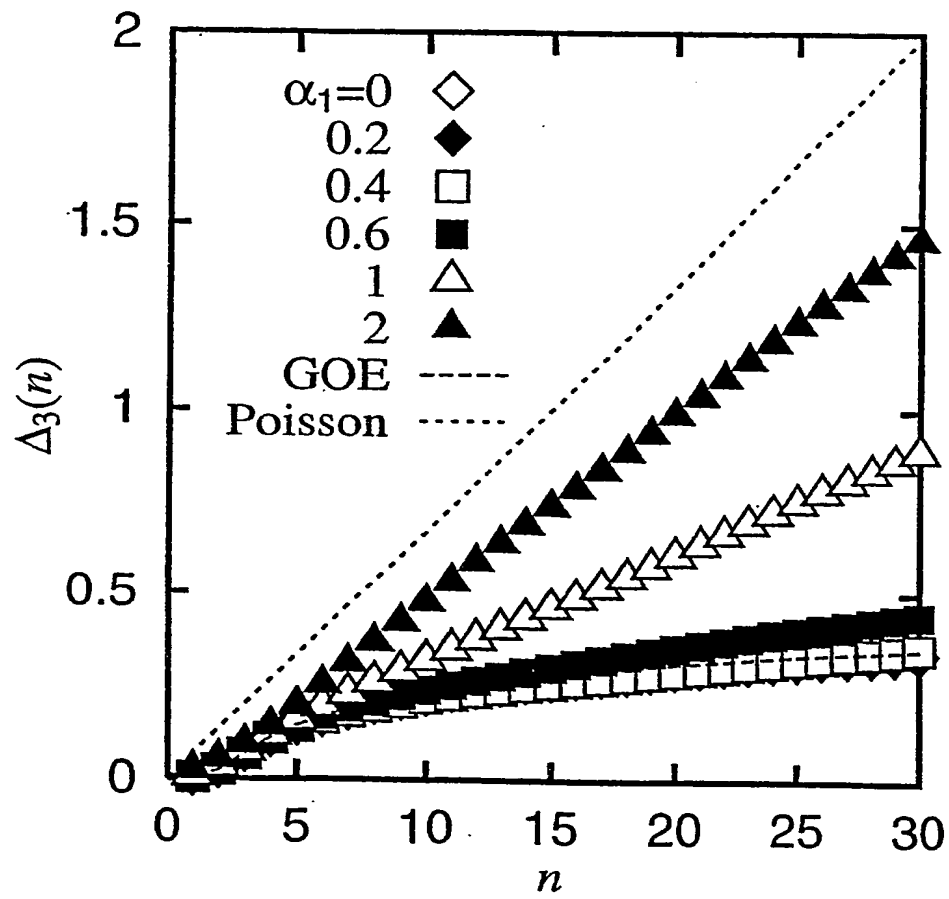
第 2 4 図



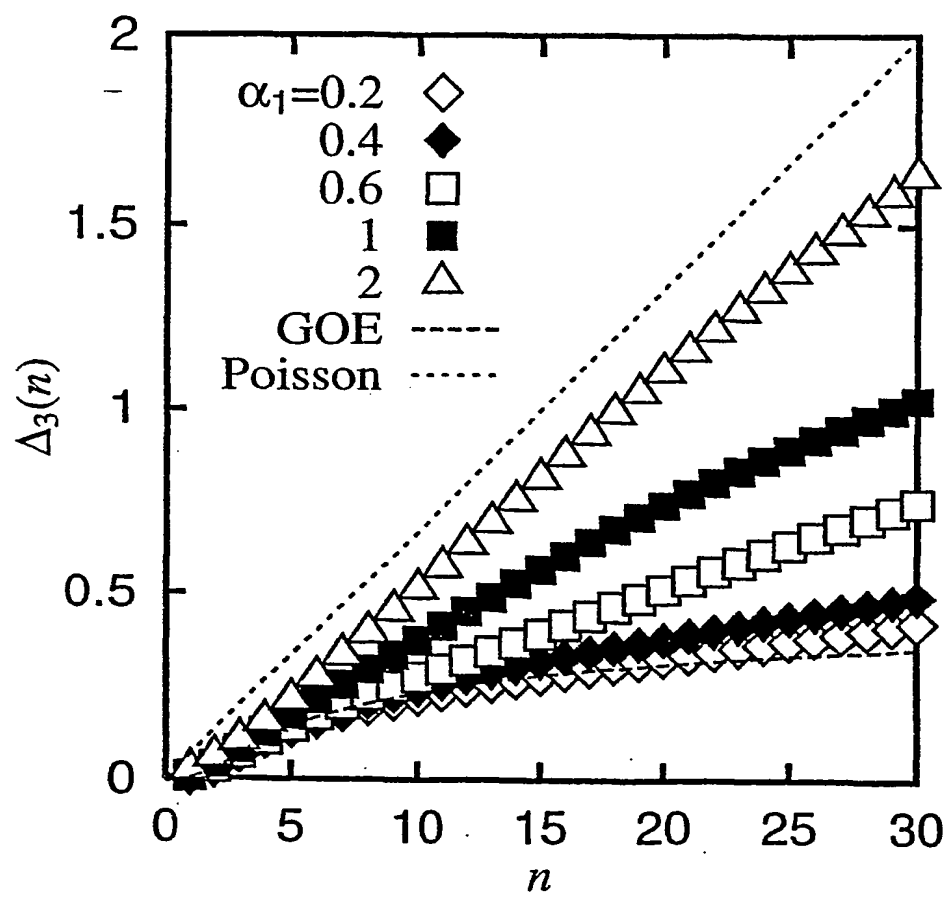
第 2 5 図



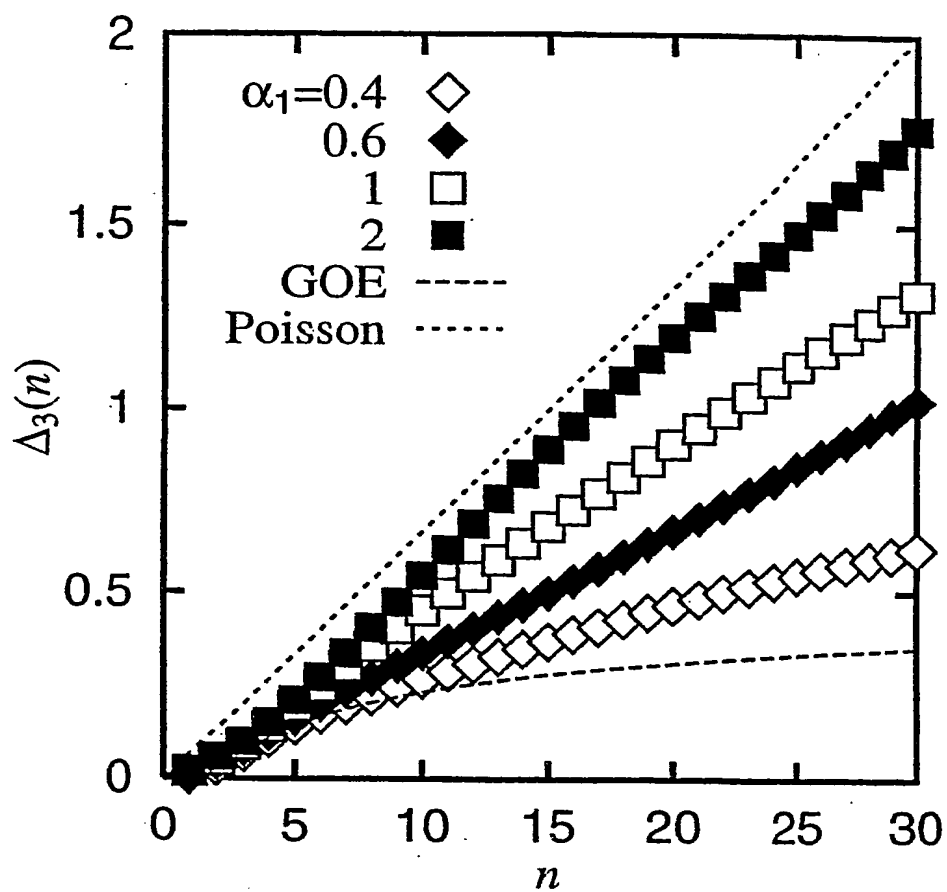
第 2 6 図



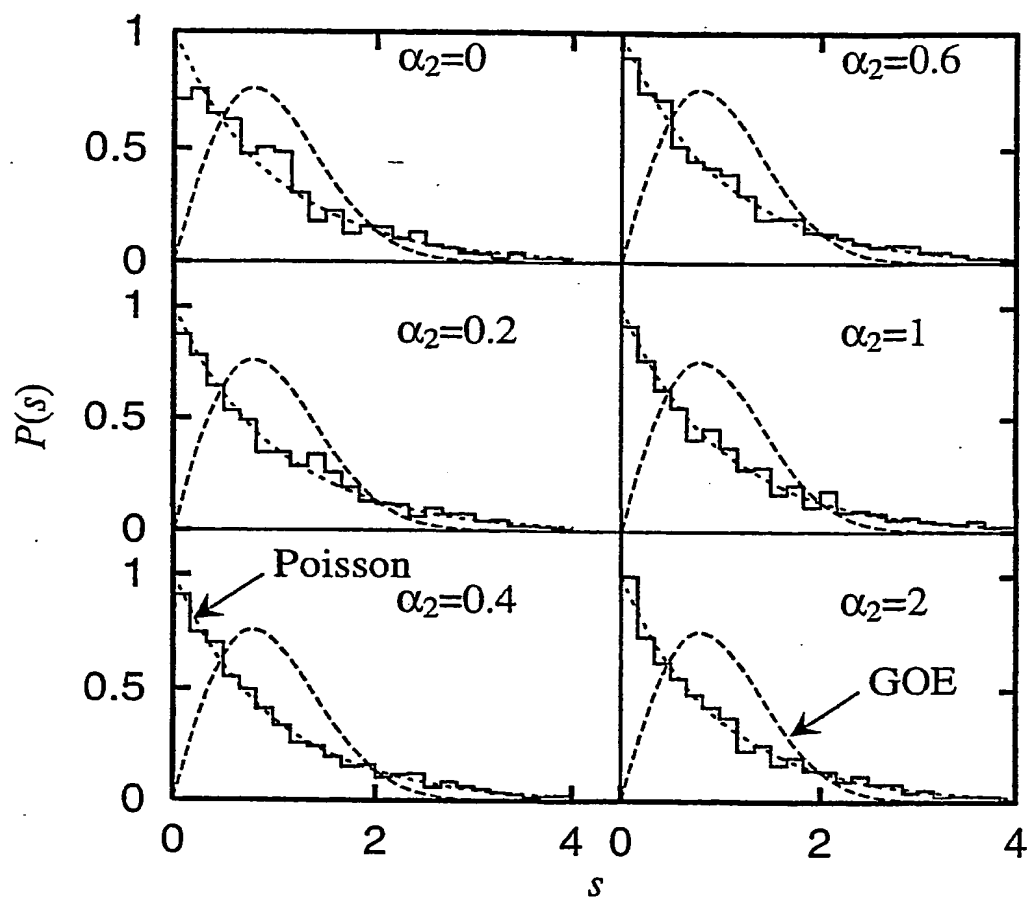
第 2 7 図



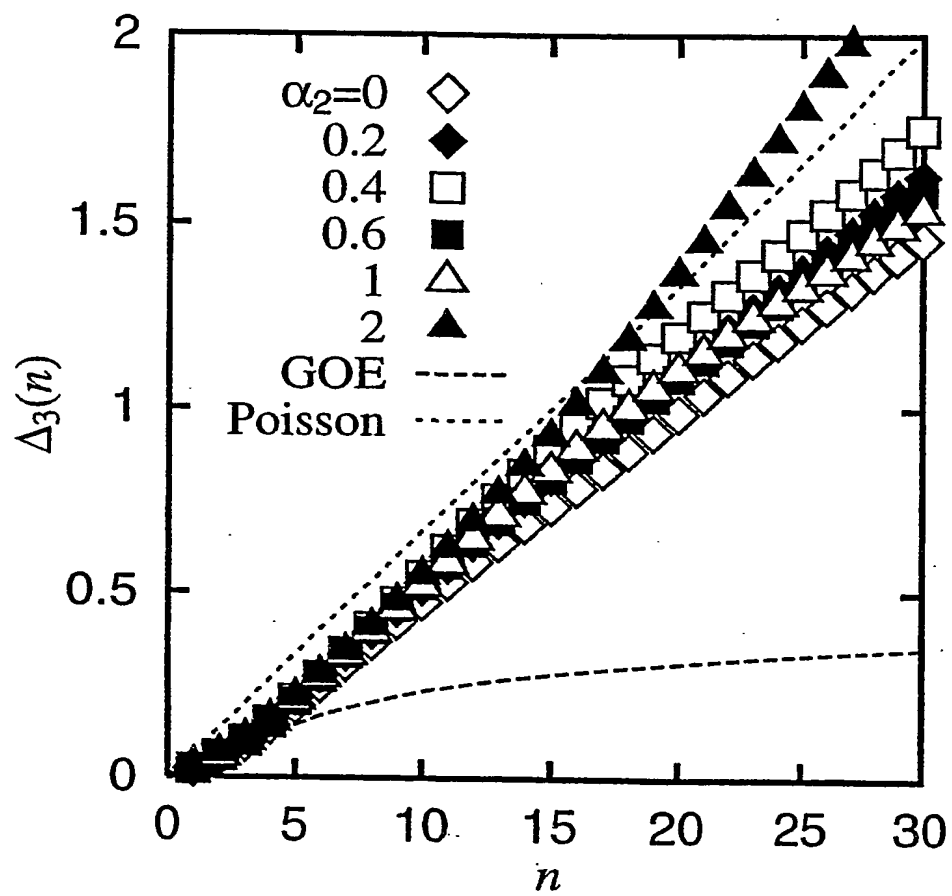
第 2 8 図



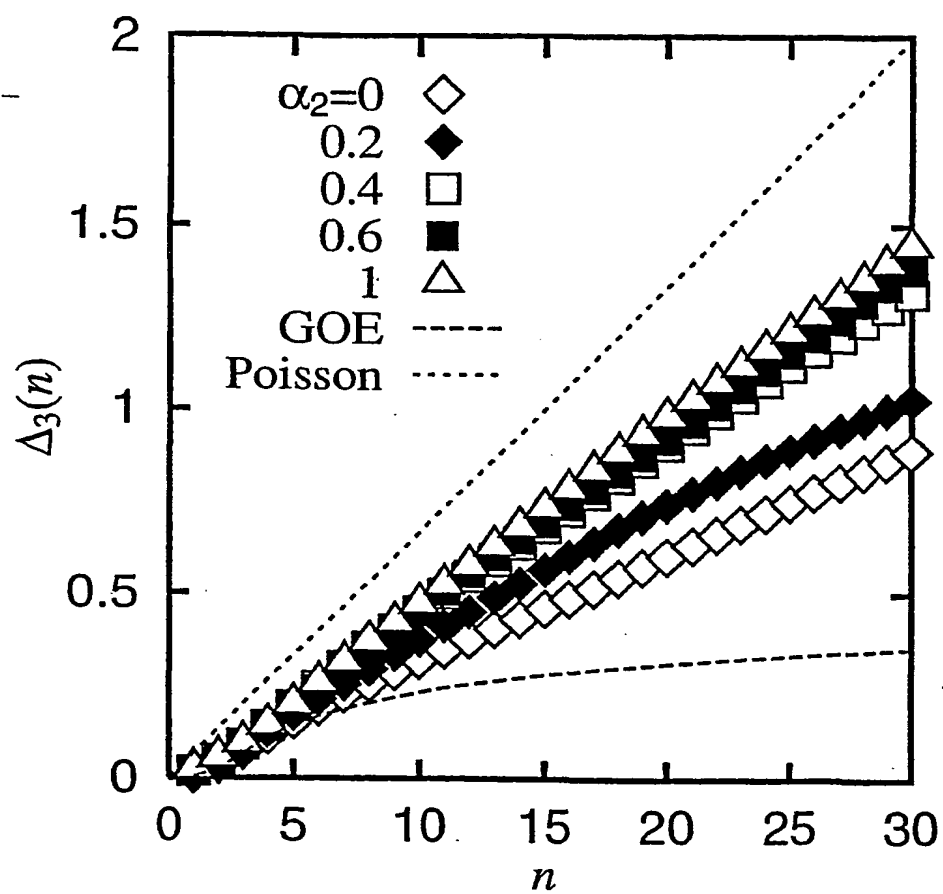
第 2 9 図



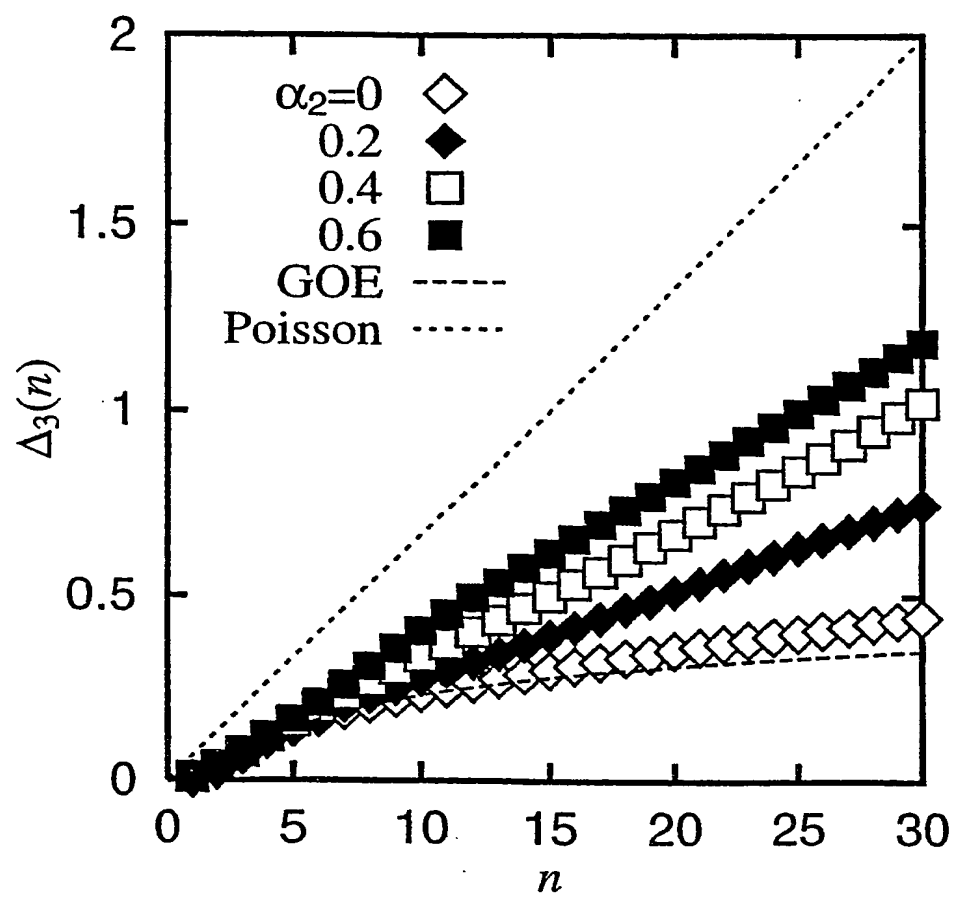
第 3 0 図



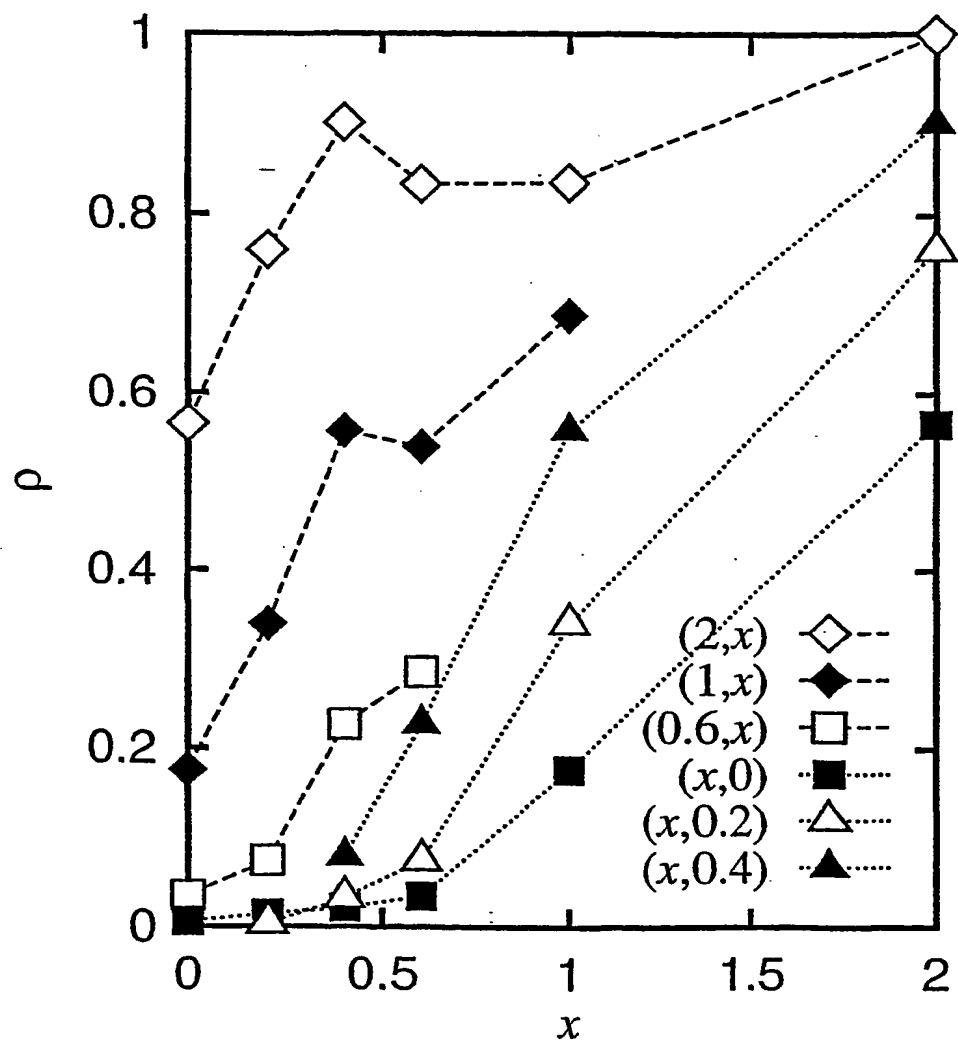
第 3 1 図



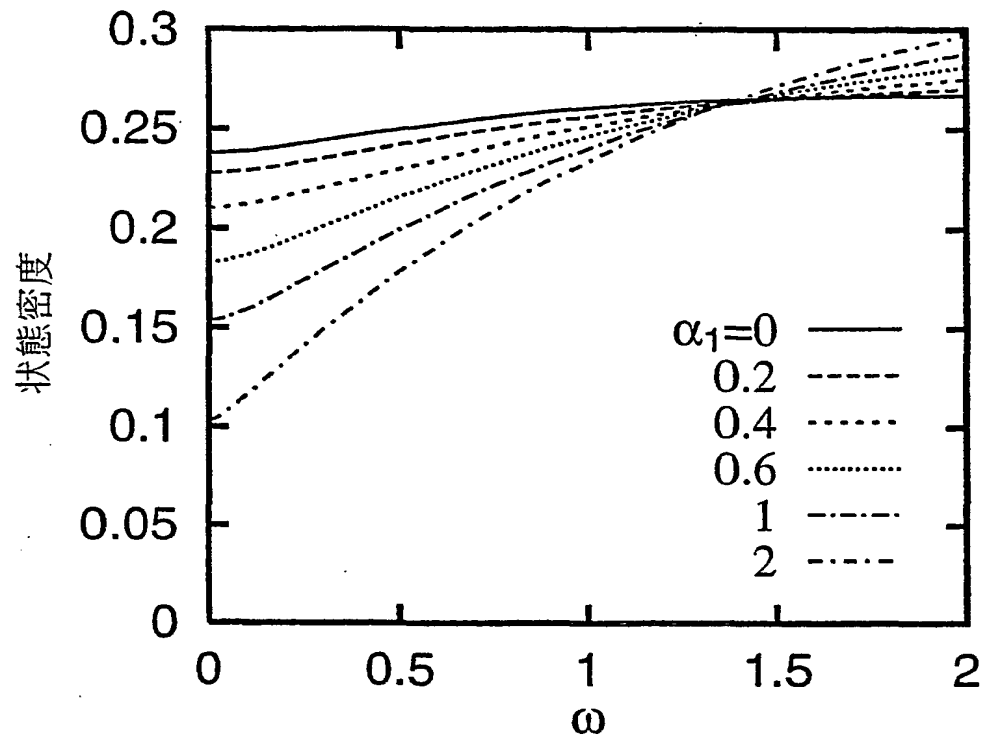
第 3 2 図



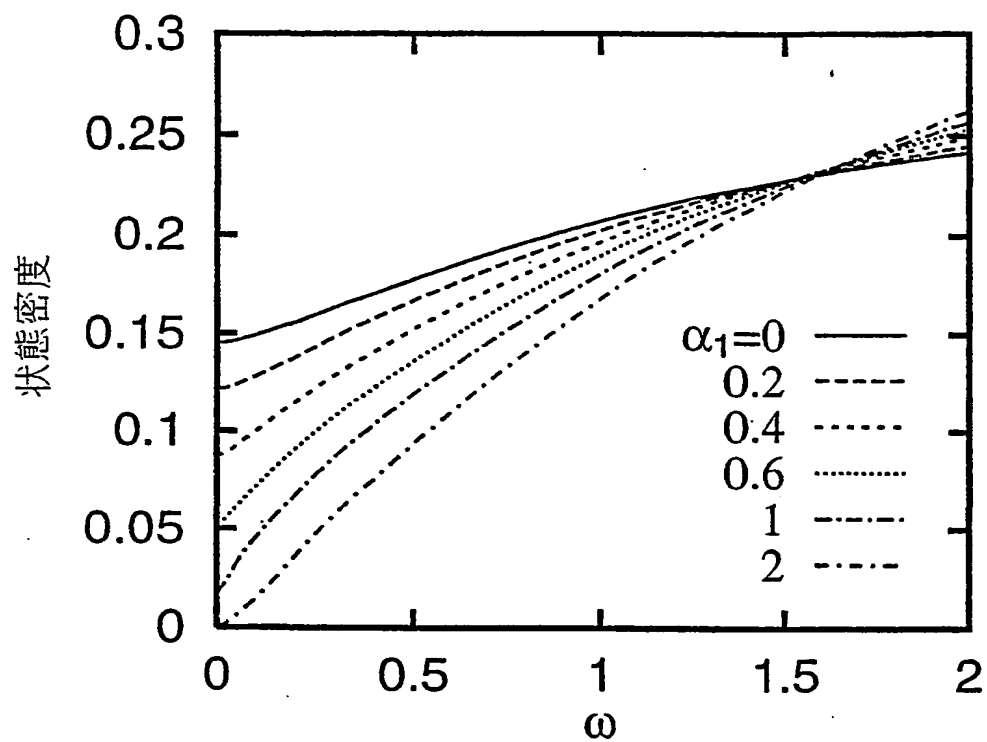
第 3 3 図



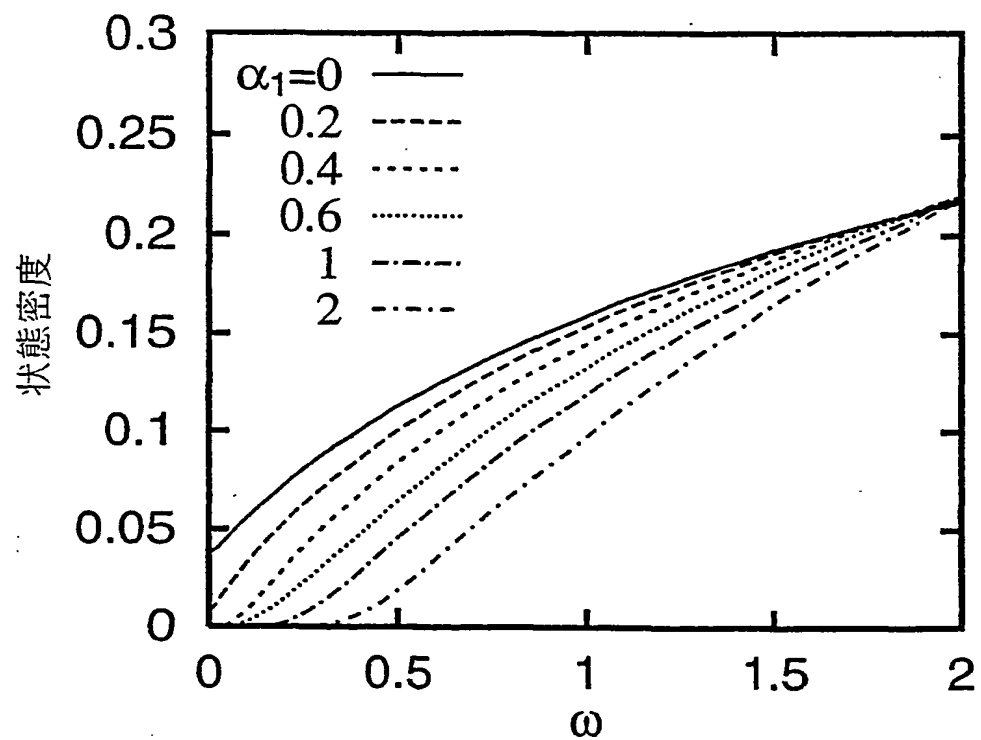
第 3 4 図



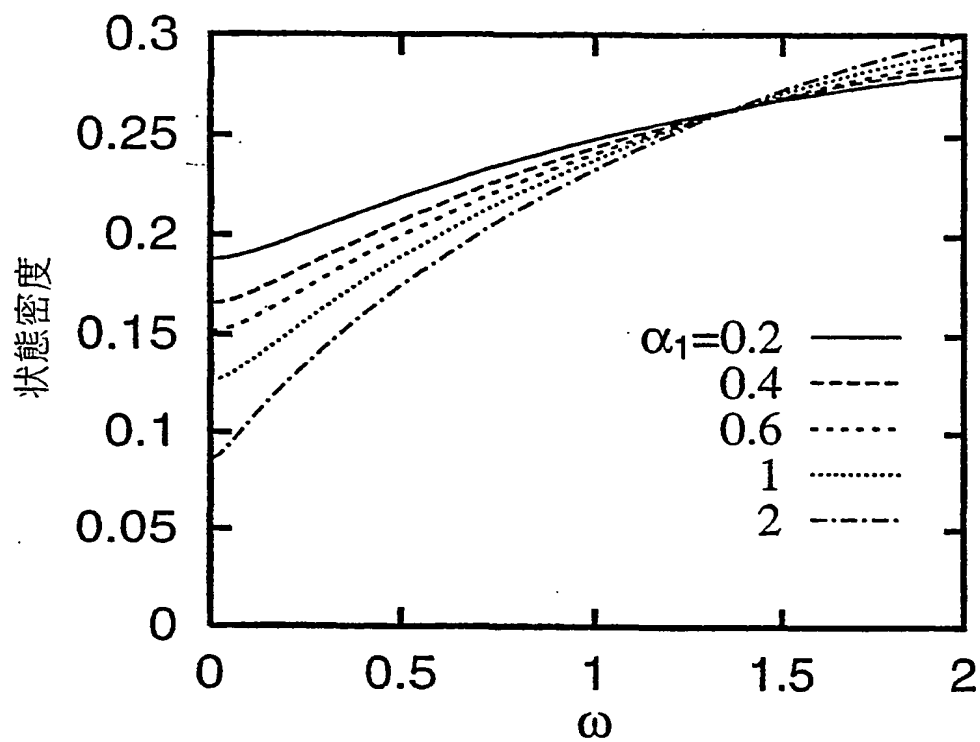
第 3 5 図



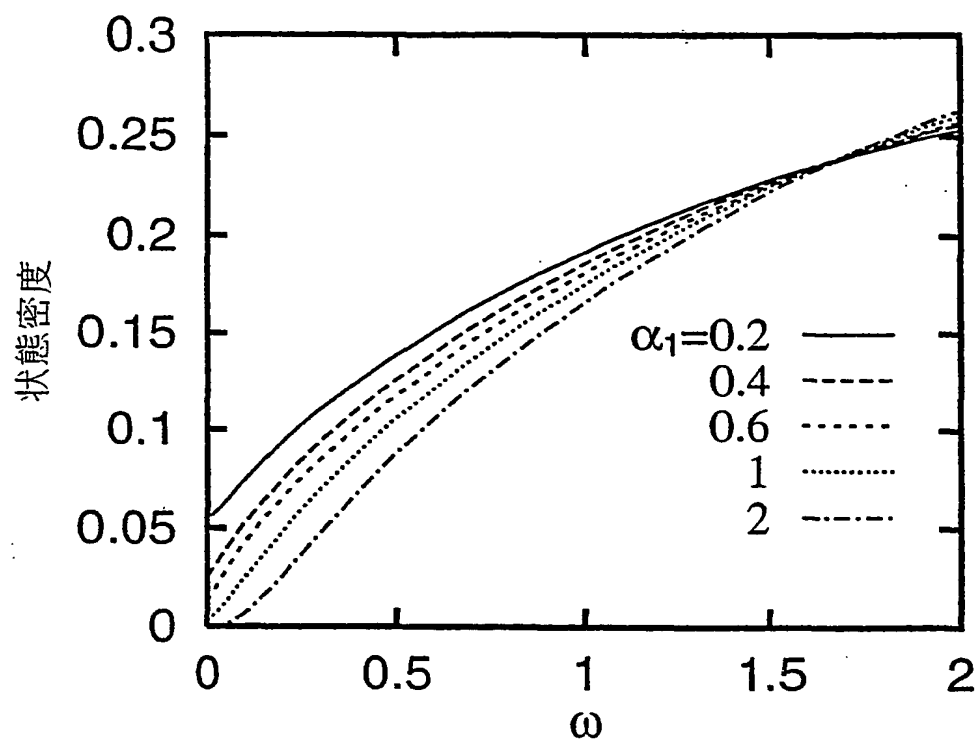
第 3 6 図



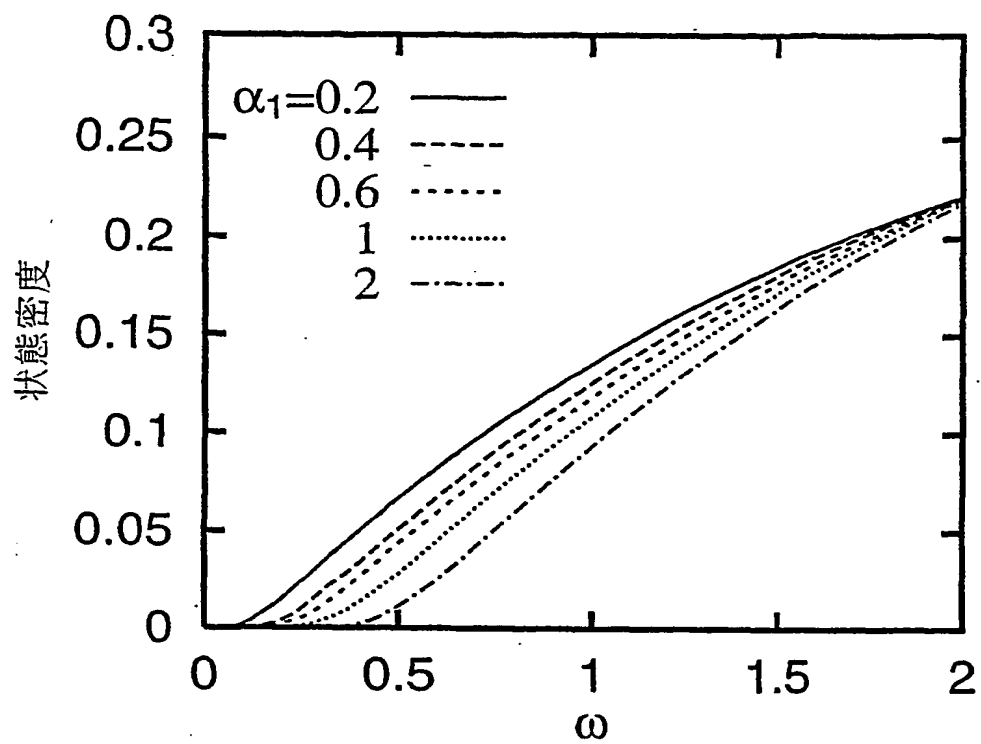
第 3 7 図



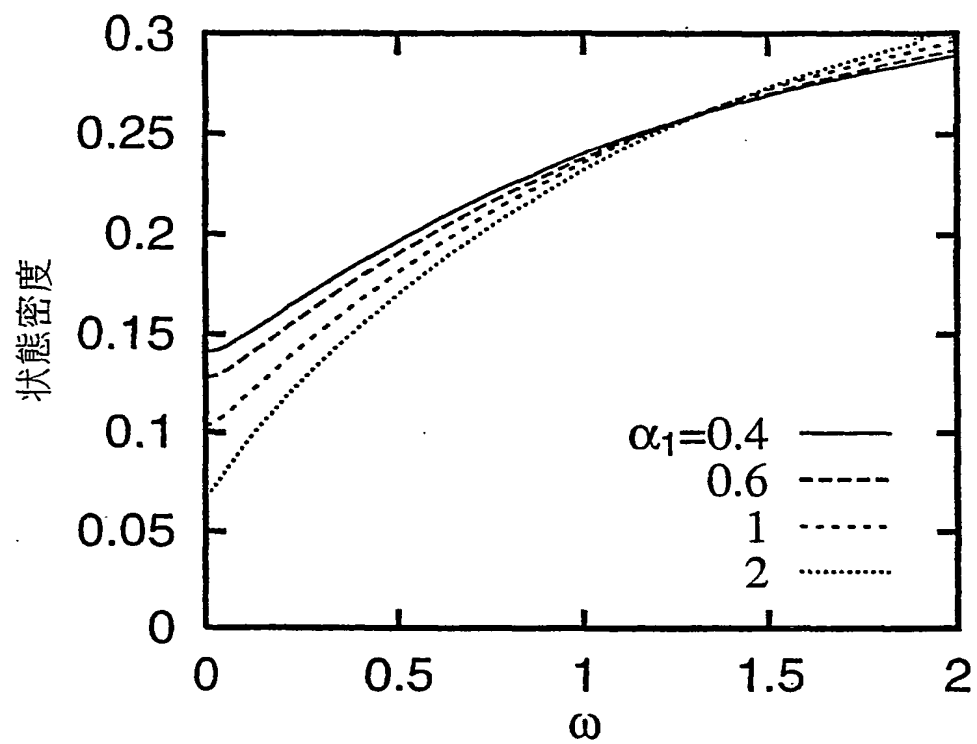
第 3 8 図



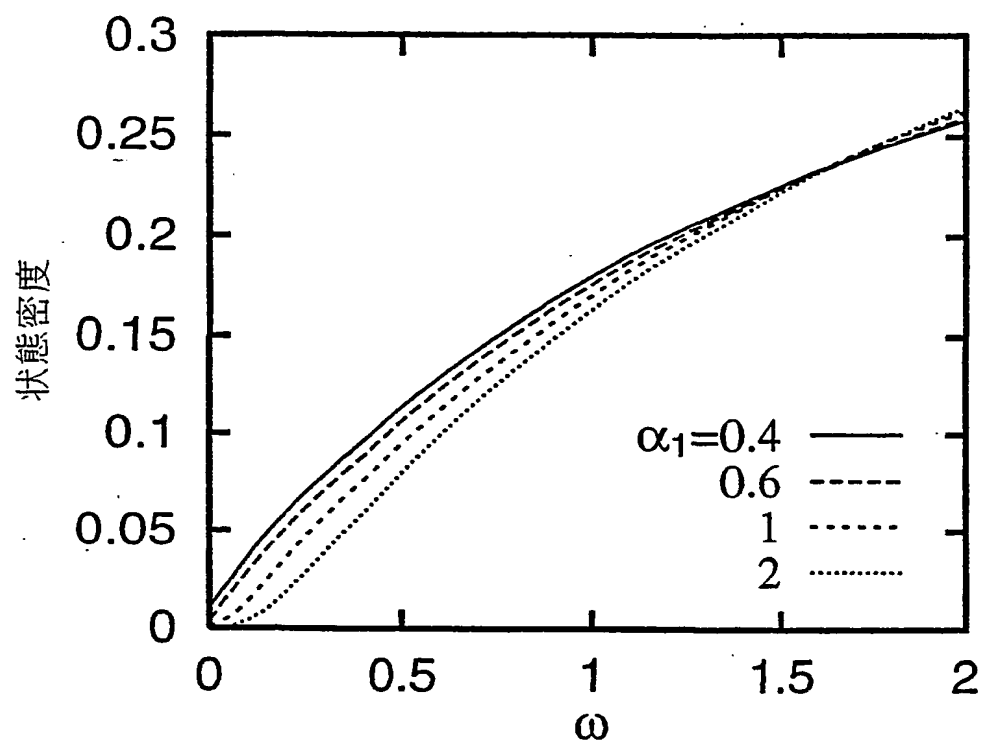
第 3 9 図



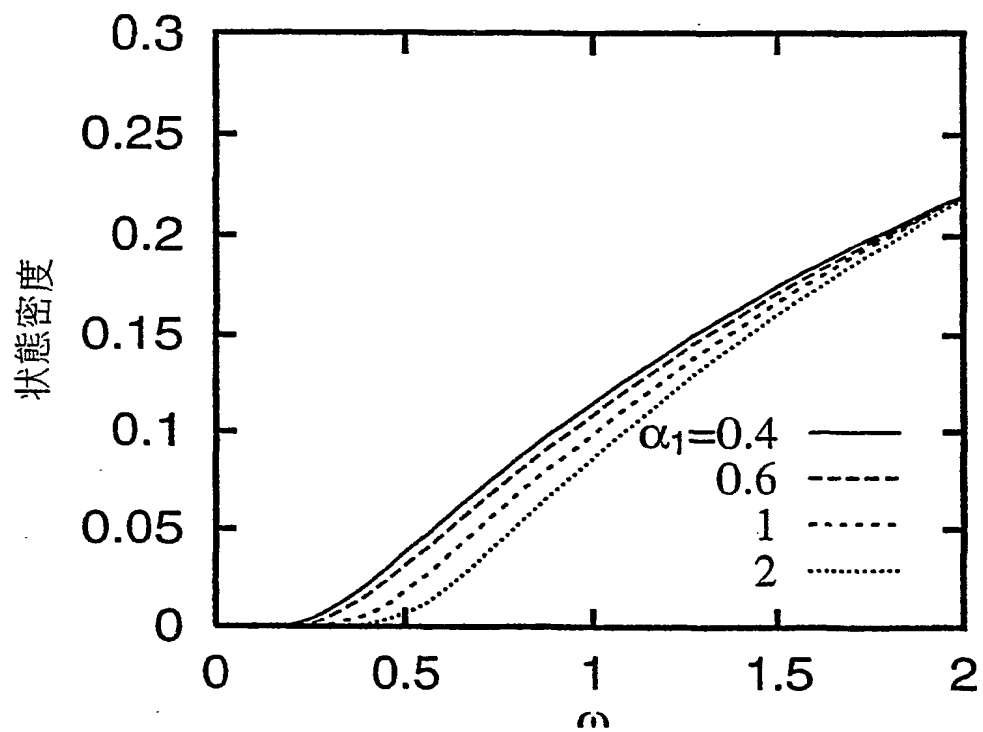
第 4 0 図



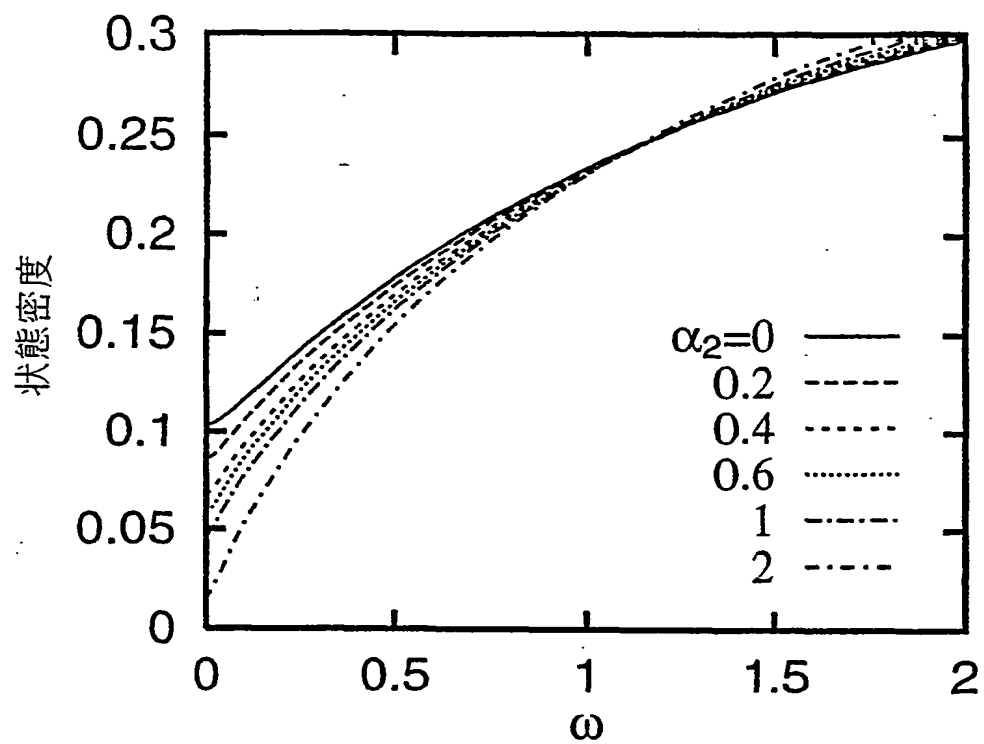
第 4 1 図



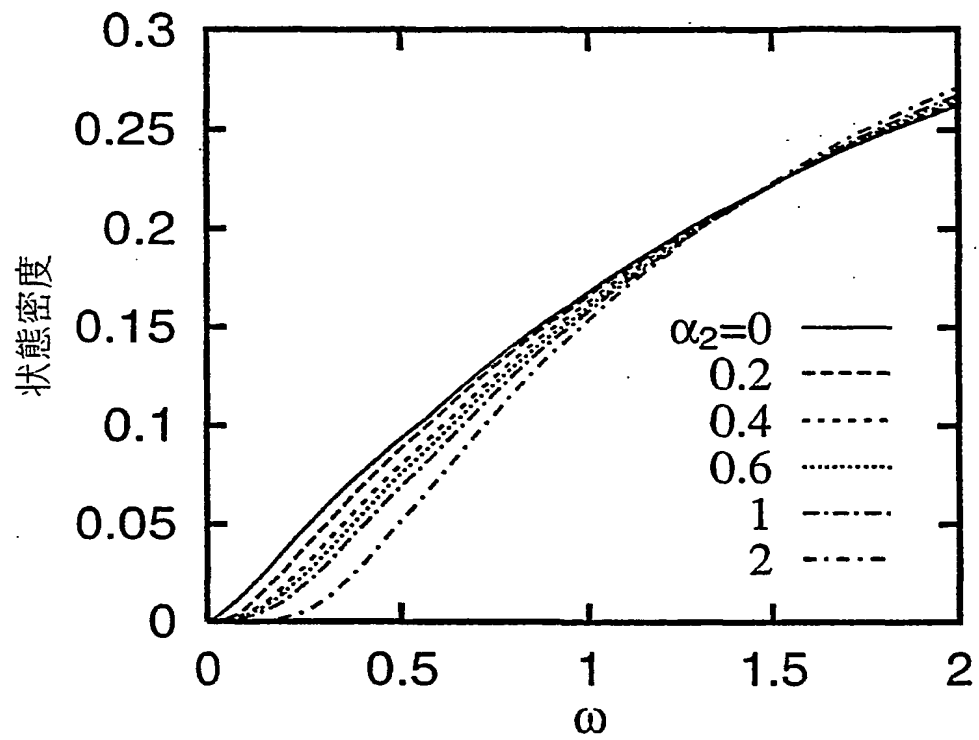
第 4 2 図



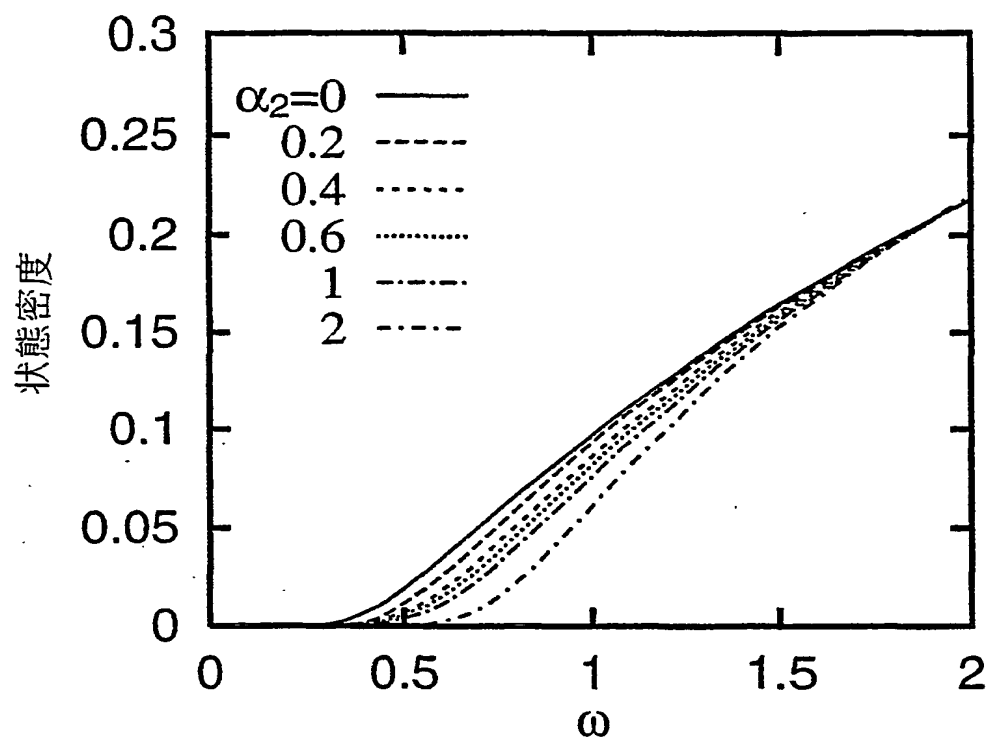
第 4 3 図



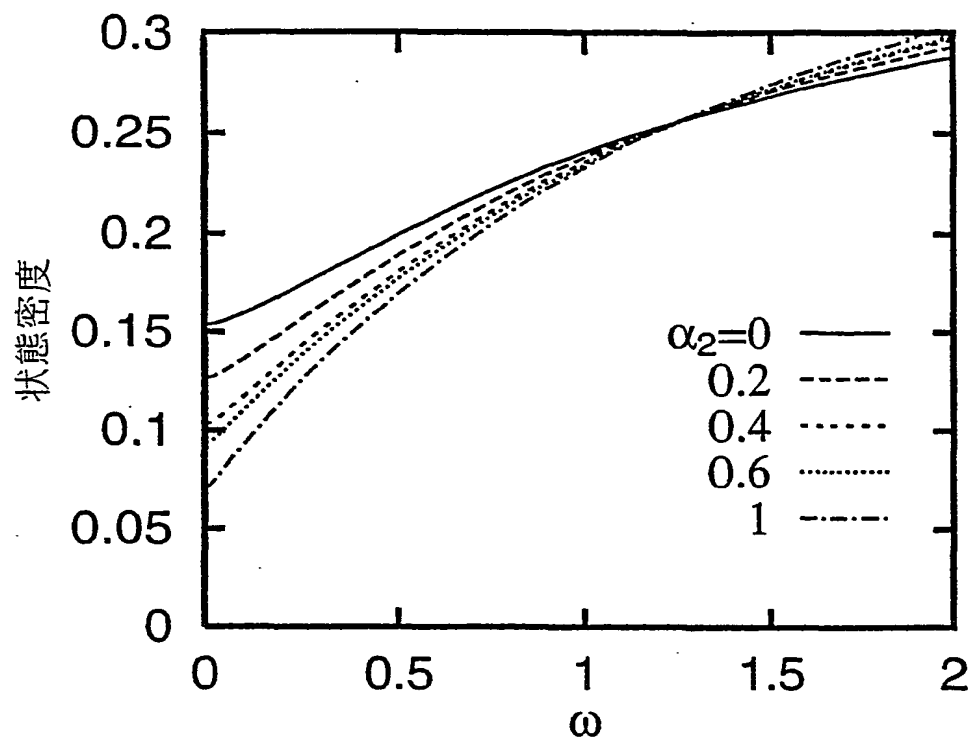
第 4 4 図



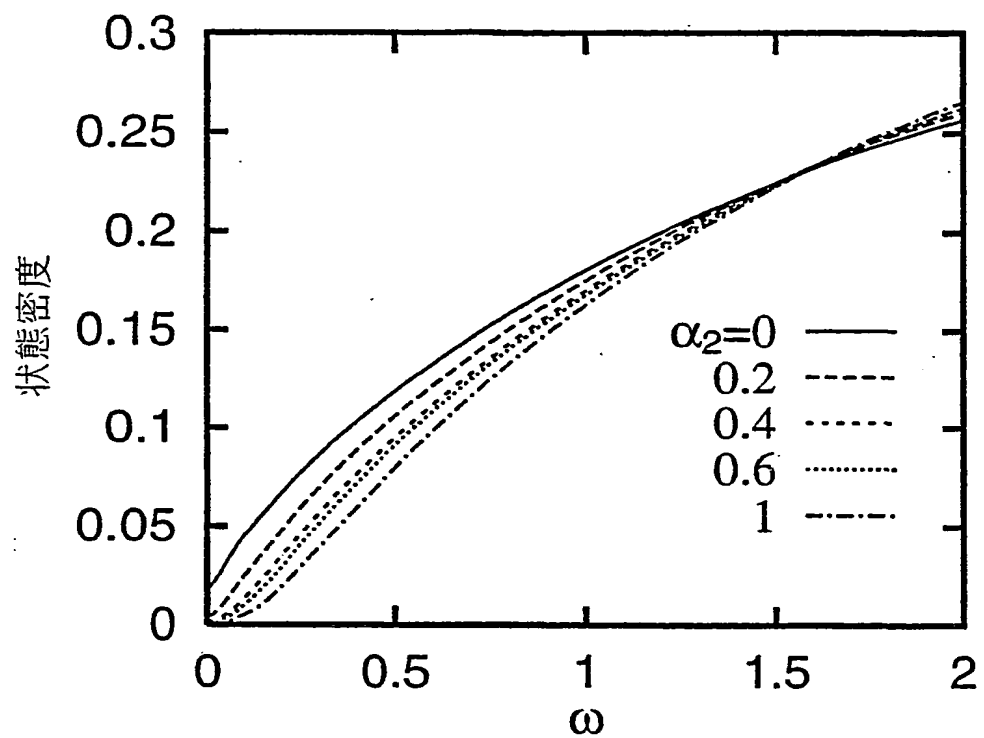
第 4 5 図



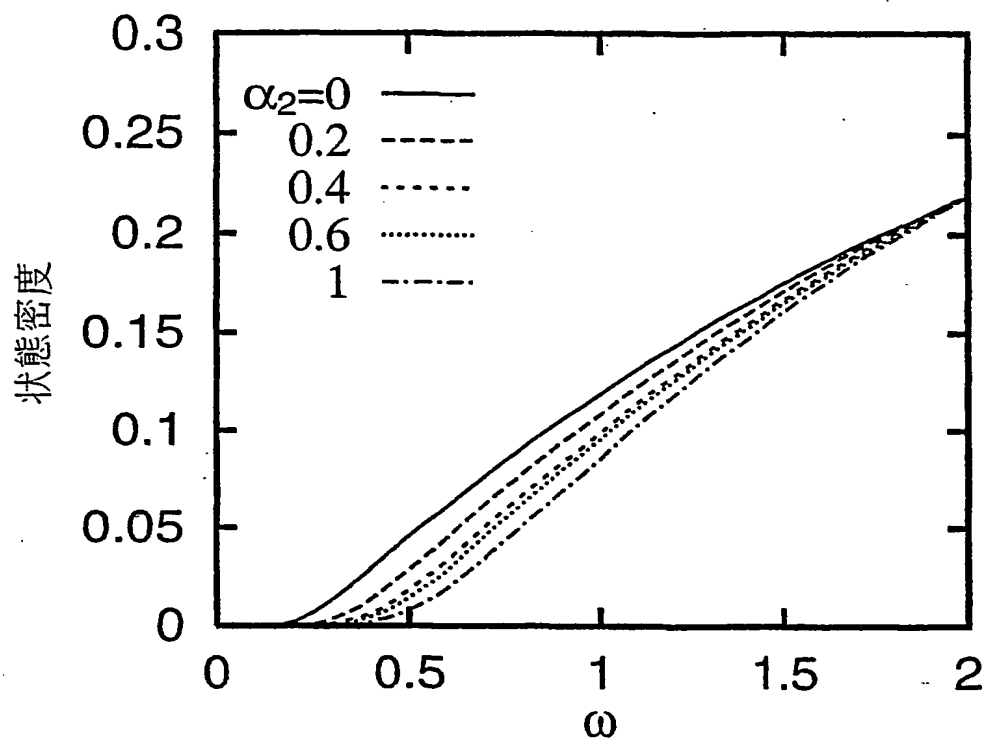
第 4 6 図



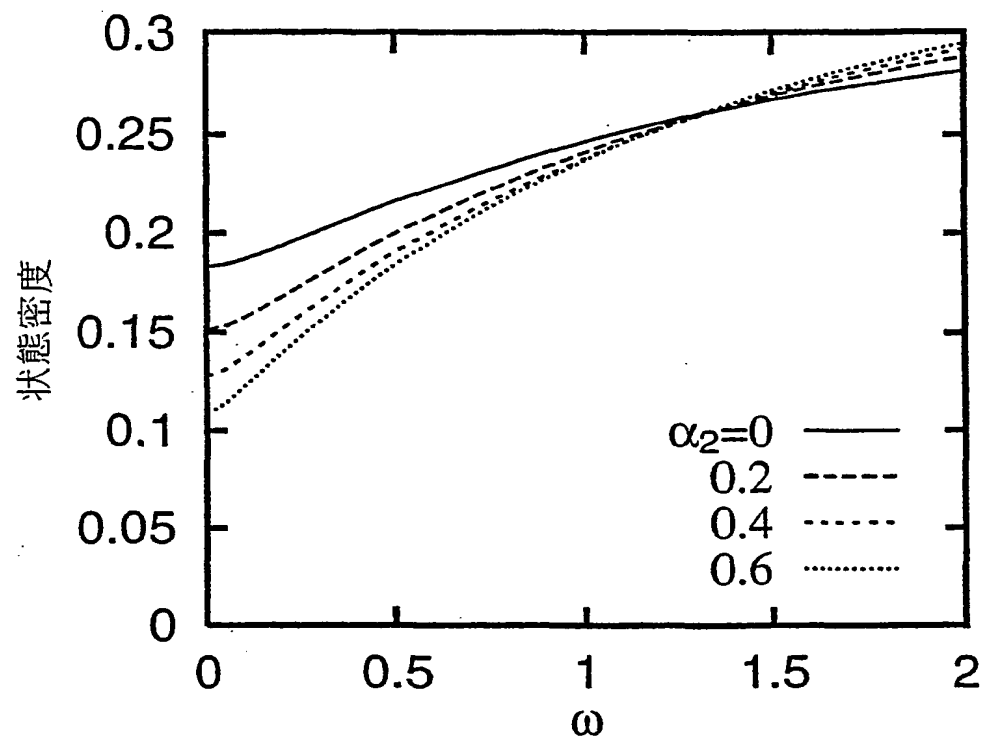
第 4 7 図



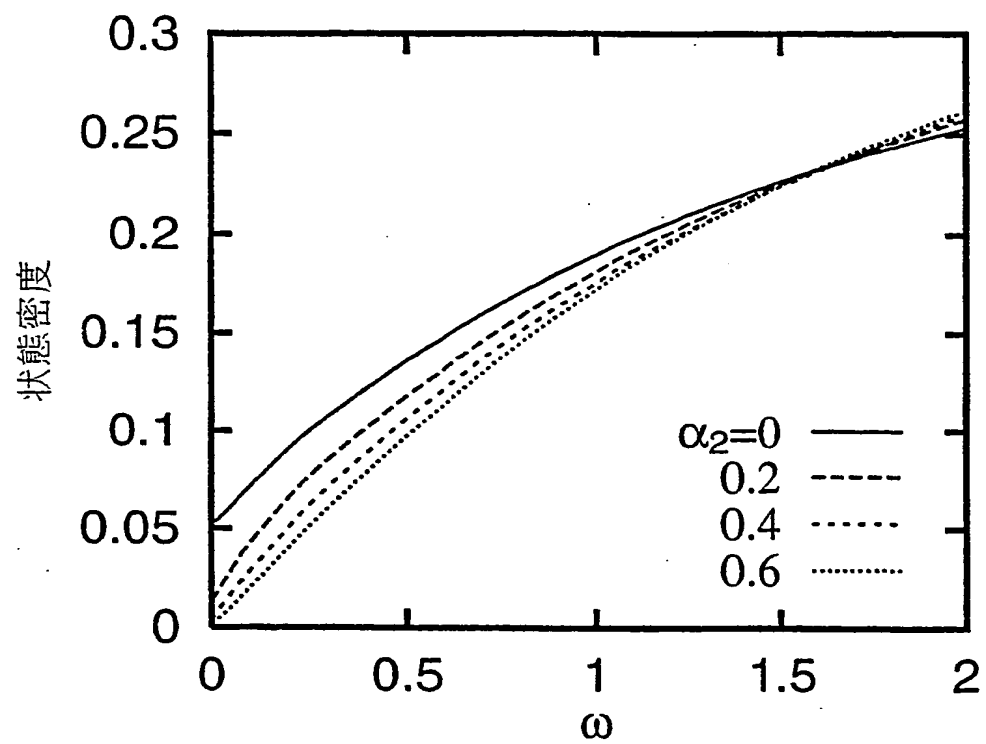
第 4 8 図



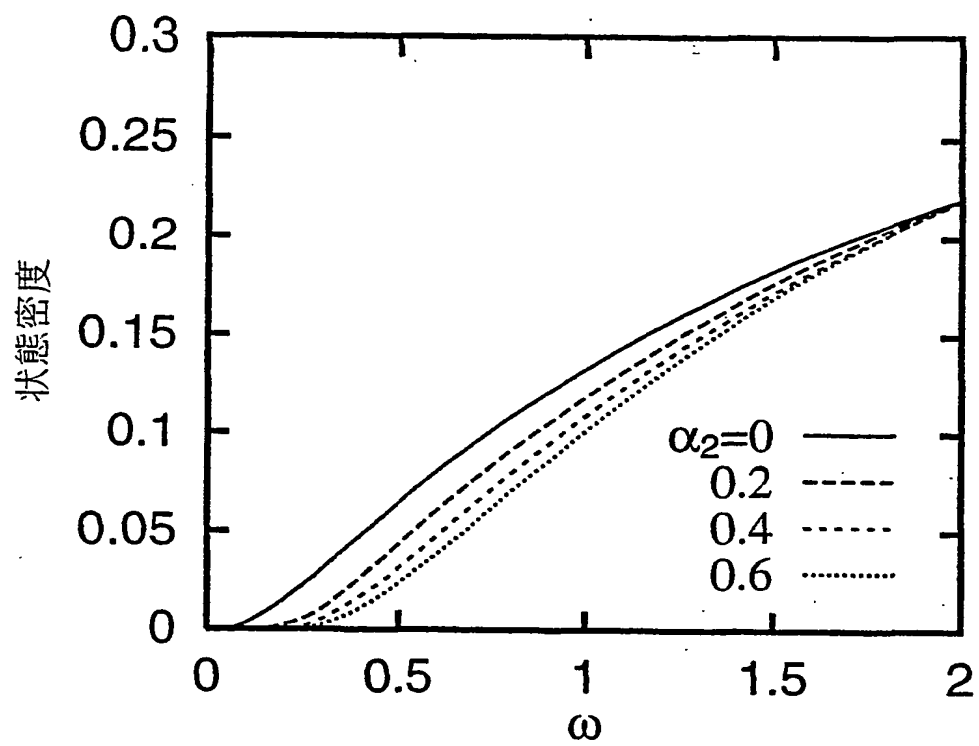
第 4 9 図



第 5 0 図



第 5 1 図



INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International application No.

PCT/JP01/07248

A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER

Int.Cl⁷ H01L49/00

According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC

B. FIELDS SEARCHED

Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)

Int.Cl⁷ H01L49/00

Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched

Jitsuyo Shinan Koho	1922-1996	Toroku Jitsuyo Shinan Koho	1994-2001
Kokai Jitsuyo Shinan Koho	1971-2001	Jitsuyo Shinan Toroku Koho	1996-2001

Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practicable, search terms used)

JOIS (JICST FILE on Science and Technology)
ELSEVIER (fractal, quantum)

C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	JP 11-195801 A (Canon Inc.), 21 July, 1999 (21.07.99), Full text; Figs. 1 to 8 (Family: none)	1-19
P,X	JP 2001-118379 A (Sony Corporation), 27 April, 2001 (27.04.01), Full text; Figs. 1 to 28 (Family: none)	1-19
A	H. ISSHIKI, K. TANAKA, and T. KIMURA, "Conduction subband formation in (GaAs) _m (GaP) _n FRACTAL structured atomic-layer-superlattice grown by atomic layer epitaxy", Proc. of the 24th International Conference on The Physics of Semiconductors, (1999), CD-ROM file No.0948, World Scientific Publishing Co.	1-19
T	Ryuichi UGAJIN, "Composite nanomaterials based on fractal-shaped structures", Physics Letters A, 227, (2000), pages 267 to 272	1-19

☐ Further documents are listed in the continuation of Box C.☐ See patent family annex.

* Special categories of cited documents:

"A" document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance

"E" earlier document but published on or after the international filing date

"L" document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)

"O" document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means

"P" document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed

"T"

later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention

"X"

document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone

"Y"

document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art

"&"

document member of the same patent family

Date of the actual completion of the international search
05 November, 2001 (05.11.01)

Date of mailing of the international search report
13 November, 2001 (13.11.01)

Name and mailing address of the ISA/
Japanese Patent Office

Authorized officer

Facsimile No.

Telephone No.

A. 発明の属する分野の分類 (国際特許分類 (IPC))

Int. Cl⁷ H01L49/00

B. 調査を行った分野

調査を行った最小限資料 (国際特許分類 (IPC))

Int. Cl⁷ H01L49/00

最小限資料以外の資料で調査を行った分野に含まれるもの

日本国実用新案公報 1922-1996年
 日本国公開実用新案公報 1971-2001年
 日本国登録実用新案公報 1994-2001年
 日本国実用新案登録公報 1996-2001年

国際調査で使用した電子データベース (データベースの名称、調査に使用した用語)

JOIS (JICST科学技術文献ファイル)
 ELSEVIER (fractal, quantum)

C. 関連すると認められる文献

引用文献の カテゴリー*	引用文献名 及び一部の箇所が関連するときは、その関連する箇所の表示	関連する 請求の範囲の番号
A	JP 11-195801 A (キャノン株式会社) 21. 7月. 1999 (21. 07. 99) 全文, 図1-8 (ファミリーなし)	1-19
P, X	JP 2001-118379 A (ソニー株式会社) 27. 4月. 2001 (27. 04. 01) 全文, 図1-28 (ファミリーなし)	1-19
A	H. Isshiki, K. Tanaka, and T. Kimura. "Conduction subband formation in (GaAs) _m (GaP) _n FRACTAL structured atomic-	1-19

☒ C欄の続きにも文献が列挙されている。☐ パテントファミリーに関する別紙を参照。

* 引用文献のカテゴリー

「A」特に関連のある文献ではなく、一般的技術水準を示すもの
 「E」国際出願日前の出願または特許であるが、国際出願日以後に公表されたもの
 「L」優先権主張に疑義を提起する文献又は他の文献の発行日若しくは他の特別な理由を確立するために引用する文献 (理由を付す)
 「O」口頭による開示、使用、展示等に言及する文献
 「P」国際出願日前で、かつ優先権の主張の基礎となる出願

の日の後に公表された文献

「T」国際出願日又は優先日後に公表された文献であって出願と矛盾するものではなく、発明の原理又は理論の理解のために引用するもの
 「X」特に関連のある文献であって、当該文献のみで発明の新規性又は進歩性がないと考えられるもの
 「Y」特に関連のある文献であって、当該文献と他の1以上の文献との、当業者にとって自明である組合せによって進歩性がないと考えられるもの
 「&」同一パテントファミリー文献

国際調査を完了した日

05. 11. 01

国際調査報告の発送日

13.11.01

国際調査機関の名称及びあて先

日本国特許庁 (ISA/JP)
 郵便番号100-8915
 東京都千代田区霞が関三丁目4番3号

特許庁審査官 (権限のある職員)

相田 義明

4L 7925

電話番号 03-3581-1101 内線 6415

C (続き) . 関連すると認められる文献

引用文献の カテゴリー*	引用文献名 及び一部の箇所が関連するときは、その関連する箇所の表示	関連する 請求の範囲の番号
T	layer-superlattice grown by atomic layer epitaxy" Proc. of the 24th International Conference on The Physics of Semiconductors(1999), CD-ROM file No. 0948, World Scientific Publishing Co. Ryuichi Ugajin. "Composite nanomaterials based on fractal- shaped structures" Physics Letters A 227(2000), p.267-272	1-19